

**Exercice n°1( 6 points)**

Soit  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par :  $U_0 = 1$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_{n+1} = \frac{4}{4-U_n}$

1) a- calculer  $U_1$  et  $U_2$ .

b- déduire que  $U_n$  n'est pas une suite arithmétique

2) Pour tout entier naturel  $n$ , on pose  $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$

a) Montrer que la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est arithmétique de raison  $r = -\frac{1}{2}$ . Préciser son premier terme

b) Déterminer  $V_n$  en fonction de  $n$ .

c) En déduire  $U_n$  en fonction de  $n$ .

**Exercice n°2( 4points)**

Une suite arithmétique est telle que  $u_2 = 10$  et  $u_4 = 42$ .

1- Calculer  $r$  et  $u_0$ .

2- En déduire  $U_n$  en fonction de  $n$

3- trouver le plus petit  $n$  tel que  $U_n < 520$

**Exercice n°3( 3 points)**

1- Trouver l'entier  $a$  dont la division euclidienne par 5 donne un reste égal au carré de quotient

2- Montrer que si  $n(n^2-1)$  est divisible par 3

3- Trouver  $m$  tel que  $m-3$  est divisible par  $m+7$

**Exercice n°4( 7 points)**

Construire un triangle ABC isocèle en A et tel que  $AB = 6$  cm. Soit G le milieu du segment [BC] Soit h l'homothétie de centre A et de rapport 2 et E, F deux points tel que

$$E \text{ barycentre } (B, 2); (A, -1) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AF} + 2\overrightarrow{CA} = \vec{0}$$

1) a) montrer  $E = h(B)$  et  $F = h(C)$  construire E et F

b) Montrer que AEF est isocèle en A.

2) La droite (AG) coupe le segment [EF] en G',

a) Déterminer h(AG)

b) montrer A, G et G' sont alignés

3) Les droites (BF) et (CE) se coupent en J. Soit h' l'homothétie tel que  $h'(B) = F$  et  $h'(C) = E$

a) Montrer que J est le centre de h'.

b) Déterminer le rapport de h'.