

Lycée: S.C.J Gafsa
A/S:2024-2025
Durée : 2h

DEVOIR DE CONTRÔLE
N°2

Prof : Mr,Slïmen Lazher
Niveau : 3 ème science info

Exercice N°1(5pts) :

On considère le système suivant $\begin{cases} \alpha x - y = 1 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$ ou α est un paramètre réel

1/On suppose que $\alpha = \frac{2}{3}$. Combien le système a-t-il de solutions ?

2/On suppose que $\alpha = 3$, le système a-t-il de solutions ?

3/Déterminer α pour que le système admette une solution unique

4/Résoudre le système dans le cas où $\alpha = 4$

Exercice N°2(5pts) :

Une entreprise de confection de vêtements fabrique des jupes, des robes et pantalons. Pour fabriquer une jupe, il faut 0,75 m de tissu, 4 boutons et une fermeture. Une robe nécessite 1,50 m de tissu, 6 boutons et une fermeture. Pour confectionner un pantalon, on utilise 1,25 m de tissu, 2 boutons et une fermeture. On appelle x, y, z les quantités respectives des jupes, des robes et des pantalons confectionnés et a, b et c les quantités de tissu (en mètres), de boutons et de fermeture utilisés pour leur fabrication

1/Vérifier que les informations ci-dessus traduisent le système suivant $S \begin{cases} 0,75x + 1,50y + 1,25z = a \\ 4x + 6y + 2z = b \\ x + y + z = c \end{cases}$

2/Déterminer a, b et c pour la fabrication de 200 jupes, 120 robes et 320 pantalons

3/a-Déterminer la matrice complète quand on a utilisé 735 mètres de tissu, 2400 boutons et 620 fermetures

b-Résoudre le système S

Exercice N°3(5pts) :

Soit la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1}$ et à ξf sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1/Déterminer l'ensemble de définition de f

2/Déterminer les limites aux bornes

3/a-Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ et que $f'(x) = \frac{x^2+3x}{(x+1)^2}$

b-Dresser le tableau de variation de f

c-Déterminer les extremums et préciser leurs natures

4/a-Déterminer les réels a, b et c tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

b-En déduire que ξf admet une asymptote oblique au voisinage de $(\mp\infty)$ que l'on précisera

Exercice N°4(5pts) :

On considère la suite réelle $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = -\frac{1}{3}U_n + 4 \end{cases} \quad n \in \mathbb{N}$$

1/a- Calculer U_1, U_2 et U_3

b-vérifier que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2/a- Représenter les quatre premiers termes de la suite (U_n)

b-Déduire un conjecture concernant $\lim_{x \rightarrow +\infty} U_n$

3/ soit la suite V définie sur \mathbb{N} par : $V_n = U_n - 3$

a- monter que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = -\frac{1}{3}$ et le premier terme V_0 dont on précisera

b- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

c-Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} V_n$ puis $\lim_{x \rightarrow +\infty} U_n$

4/ soit $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ et $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

Exprimer S_n puis S'_n en fonction de n