Lycée Mateur	Sujet de révision N°2	Classe : 4 Maths
Prof : M . Amri .	Durée :4 heures	A.S : 2020-2021

Exercice n° 1

Une urne contient 20boules indiscernables au toucher , dont r sont rouges , b sont blancs , v sont vertes et j sont jaunes .les entiers naturels r , b , v et j sont proportionnel à 1 , 2 , 3 et 4

1) On tire une boule au hasard et on le remet

Quelle est la probabilité des différentes couleurs

2) On tire une boule , on note sa couleur et on le remet

On fait trois fois cette expérience et on s'intéresse au nombre de boules bleues tirées .On définit ainsi une variable aléatoire X sur l'univers Ω

a- Montrer que X suit la loi binominale dont on déterminera les paramètres

b- Calculer $P(X=K)$ ou $K \in X(\Omega)$

c- Calculer l'espérance mathématique et la variance de X

3) un jeu consiste à tirer une boule de l'urne U

Si la boule tirée est rouge on gagne si non on effectue un autre tirage d'une boule sans remettre la 1^{ere} boule tirée

Si la 2^{eme} boule tirée est rouge on gagne si non on perd

Quelle est la probabilité de gagner

Exercice n° 2

I – 1) Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}$; $4^n \equiv 1 \pmod 3$

2) Prouver que $4^{28} \equiv 1 \pmod{29}$

3) Pour $1 \le n \le 4$ *déterminer le reste modulo* 17 *de* 4^n

en déduire que pour tout entier k le nombre $4^{4k}-1$ *est divisible par 17*

4) Pour quel entier naturel n on a $4^n \equiv 1 \pmod 5$

5) A l'aide des questions précédentes ,déterminer quatre diviseurs premiers de $4^{28}-1$

II – Soient $a, b \in \mathbb{N}$ *et* $n \in \mathbb{N}^*$

a- démontrer la propriété suivante :

Devoirat

si $a \equiv b \pmod{n}$ *alors* $a^2 \equiv b^2 \pmod{n}$

b- la réciproque de la propriété précédente est- elle vraie ?justifier

2) a- Déterminer le reste modulo 21 de 2021

b- Déterminer le reste modulo 21 de 2^{20}

c- Déterminer le reste modulo 21 de $2^{2020} + 2021$

3) soit $p \in \mathbb{N}$ *et* $A_n = 2^n + p \quad \forall \quad n \in \mathbb{N}$ *et soit* $d = A_n \wedge A_{n+1}$

a- Montrer que d_n *divise* 2^n

b- Etudier la partie de A_n *suivant la partie de* p

c-En déduire $\left(2^{2020} + 2021\right) \wedge \left(2^{2021} + 2021\right)$

Exercice n° 3

Soit f *la fonction définie sur* $[1, +\infty[$ *par :* $f(x) = \dfrac{Ln(x)}{x - Ln(x)}$

1) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

2) a- Prouver que $\forall x \in [1, +\infty[$ *;* $f'(x) = \dfrac{1 - Ln(x)}{(x - Ln\, x)^2}$

b- Dresser le T.V de f

c- Construire ζ_f

3) On donne , pour tout $x \in [1, +\infty[$ $, F(x) = \int_1^x f(t)\, dt$

a- Montrer que F *est strictement croissante sur* $[1, +\infty[$

b- Vérifier $\forall\, t \in [1, +\infty[$ $, f(t) \geq \dfrac{Lnt}{t}$

c- Déduire que $\forall\, x \in [1, +\infty[$ $, F(x) \geq \dfrac{1}{2} Ln\left(x^2\right)$ *puis donner* $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x)$

4) Soit (U_n) *la suite définie sur* $\mathbb{N}^*$ *par* $U_n = F(n+1) - F(n)$

a- Montrer que $\forall\, n \geq 3$; $f(n+1) \leq \int_n^{n+1} f(x)\, dx \leq f(n)$

b- calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

Devoirat

c- soit $S_n = \sum_{k=1}^{n-1} U_k$ pour $n \geq 2$, calculer $\lim_{n \to +\infty} S_n$

Exercice n° 4

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$ *,Soit* f *l'application de* $P / \{o, \vec{u}\}$ *dans* P *qui à tout point* M *d'affixe* Z *associe le point* M' *d'affixe* $Z' = \dfrac{Z \cdot \overline{Z}}{Z - \overline{Z}}$

1) a- *Montrer que* $\forall Z \in \mathbb{C} / \{\square\}$ *on a* $M' \in (o, \vec{v})$

b- *Montrer que* $|Z'| = |Z' - Z|$

c-*En déduire une construction géométrique de* M' *connaissant le point* M *de* $P / \{(O, \vec{u})\}$

2) *soit* $m \in \mathbb{R}^*$ *; déterminer l'ensemble* $C_m = \{M(Z) \text{ tels que } Z' = mi\}$

3) *Montrer que si* $Z \in \mathbb{C} / \{\square\}$ *alors* $\dfrac{Z' - Z}{Z'} = \dfrac{Z}{\overline{Z}}$

En déduire l'ensemble $D = \{M(Z) \text{ tels que } OMM' \text{ soit un triangle rectangle en } M\}$

Exercice n° 5

Ans le plan orienté on considère un rectangle $ABCD$ *tel que* $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \dfrac{\pi}{2} [2\pi]$.

On note I *et* J *les milieux respectives des segments* $[AB]$ *et* $[DC]$ *et* k *le symétrique de* I *par rapport à* (DC) . *On pose* $f = S_{(IC)} \circ t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(IJ)}$

1) a- *Caractériser* $S_{(BC)} \circ S_{(IJ)}$

b- *Caractériser* f

2) *on pose* $g = t_{\overrightarrow{IK}} \circ S_{(IC)}$

a- *Caractériser l'isométrie* $g \circ S_{(AJ)}$

b- *En déduire que* g *est une symétrie glissante dont –on précisera l'axe et le vecteur*

3) *Soit* φ *une isométrie qui fixe un point de la droite* (AB) *et transforme* (AB) *en* (IJ)

a- *Montrer que* φ *fixe le point* I

b- *Déterminer alors toutes les isométries* φ

Devoirat