

Exercice N° : 1 (3 points)

Indiquer la bonne réponse

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{(1+e^x)}{x} =$

- a) 0 b) 1 c)
- $+\infty$

2) Les deux plans $P: 2x - y + 3z + 1 = 0$ et $Q: 2x + y - z + 3 = 0$ sont :

- a) Perpendiculaires b) Parallèles c) Sécantes en
- $A(1,8,1)$

3) Le domaine de définition de la fonction $f(x) = \ln(\ln(\ln(x)))$ est :

- a)
- $]0; +\infty[$
- b)
- $]1; +\infty[$
- c)
- $]e; +\infty[$

Exercice N° : 2 (5 points)*I/ Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x^2 + 1 - \ln x$*

1. Dresser le tableau de variation de g
2. En déduire que $g(x) \geq 0$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

II/ Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x + 2 + \frac{\ln x}{x}$

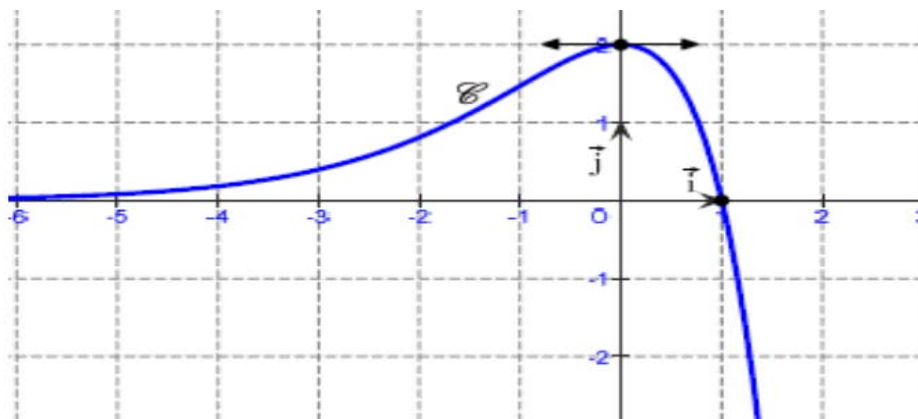
1. a) Montrer que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
b) Dresser le tableau de variation de f
2. Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})
a) Montrer que $\Delta : y = x + 2$ est une asymptote à (C)
b) Etudier la position de (C) et Δ
3. a) Montrer que f réalise une bijection de $]0; +\infty[$ sur \mathbb{R}
b) Calculer $f(1)$. En déduire $(f^{-1})'(3)$
4. Soit (C') la courbe représentative de f^{-1} dans (O, \vec{i}, \vec{j})
a) Préciser les asymptotes de (C')
b) Tracer (C) et (C')

Exercice N° : 3**(4 points)**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

La courbe (C_f) représente une fonction définie dérivable sur \mathbb{R} .

- ✓ L'axe des abscisses est une asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$.
- ✓ (C_f) admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.



1) Par lecture graphique :

a) Déterminer $f(0)$; $f(1)$ et $f'(0)$.

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

c) Dresser le tableau de variation de f .

2) On admet que $f(x) = (ax+b)e^{cx}$; a, b et c des réels.

a) Exprimer $f'(x)$ en fonction de a, b et c .

b) Déterminer a, b et c .

Exercice N° : 4**(4 points)**

f désigne une fonction dérivable sur \mathbb{R} et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j})

- (C) admet une branche infinie parabolique de direction (o, \vec{i})
- Le tableau de variation de f est le suivant

| | | | | |
|---------|-----------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | 3 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | - | 0 | + | + |
| $f(x)$ | -1 | -3 | 1 | $+\infty$ |

I/

1. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution α unique dans $]0 ; 3[$
2. Donner suivant les valeurs de x , le signe de $f(x)$
3. Ecrire l'équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse 3
4. Tracer (C) (on prendra $\alpha = 2$)

II/ Soit F la fonction définie par $F(x) = \ln(f(x))$

1. Déterminer le domaine de définition de F
2. Déterminer $\lim_{x \rightarrow \alpha^+} F(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$
3. Montrer que (C_F) admet une branche infinie de direction $(0, \vec{i})$
4. Dresser le tableau de variation de F
5. Montrer que le point $I(3,0)$ est un point d'inflexion pour (C_F)
6. Déterminer la primitive sur $[3 ; +\infty[$ qui s'annule en 3 de la fonction g définie par : $g(x) = \frac{f(x)+f'(x)}{f(x)}$

Exercice N° : 5

(4 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On considère les points $A(-2,0,1), B(1,2,-1)$ et $C(-2,2,2)$.

1)a) Calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ puis les longueurs AB et AC .

b) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2) Montrer qu'une équation du plan (ABC) est : $2x - y + 2z + 2 = 0$.

3) Soient P_1 et P_2 les plans d'équations respectives $x + y - 3z + 3 = 0$ et $x - 2y + 6z = 0$.

Montrer que les plans P_1 et P_2 sont sécants selon une droite D dont un système d'équations

paramétriques est
$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3\alpha \\ z = \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

4) Démontrer que la droite D et le plan (ABC) sont sécants et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.