Ministère de l'éducation	**Devoir de contrôle n°1**	Mr. FATNASSI BECHIR
Lycée secondaire de Korba	**Durée deux heures**	4. Tech. Le 25.10.2016

EXERCICE N°1 : (6 pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$. On considère les points A , B et C d'affixes respectives 2 , $1+i$ et $2+2i$.

1°/ a / Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle en B.

b / Déterminer l'affixe du point du point D pour que le ABDC soit un parallélogramme.

2°/ A tout point M du plan , d'affixe z $(z\neq 1+i)$ on associe le point M' d'affixe $z'=\dfrac{z-2}{iz+1-i}$.

Déterminer les ensembles des points M d' affixe z tels que :

a / z' est réel

b / $|z'|=1$

3°/ a / Montrer que pour tout M distinct de B : $(\vec{u},\overrightarrow{OM'})\equiv(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{AM})-\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

b / En déduire que si M appartient à la droite (AB) alors M' appartient à une droite que l'on précisera.

c / Déterminer l'ensemble des points M d' affixe z tels que : $Arg(z')\equiv 0[2\pi]$

4°/ Soit le point E d' affixe $z_E=1+i-2e^{i\frac{\pi}{4}}$:

a / Calculer BE

b / Déterminer $(\vec{u},\overrightarrow{BE})$ puis placer soigneusement le point E.

Exercice n°2 : (5 points)

Le plan P est menu d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les nombres complexes : $z_A=1-i$; $z_B=2+\sqrt{3}+i$ et $z_C=4-z_B$

1°/ Ecrire z_A sous forme exponentielle

2°/ a / Ecrire $\dfrac{z_B}{z_A}$ sous forme algébrique.

b / Montrer que $\dfrac{z_B}{z_A}=(1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$ et en déduire la forme exponentielle de z_B.

c / En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

3°/ a / Ecrire sous forme exponentielle $\sqrt{3}+i$

b / Vérifier que $z_C=2-(\sqrt{3}+i)$ et déduire la forme exponentielle de z_C

Exercice n°3 : **(5 pts)**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} f(x) = 2x + \dfrac{\cos(x)}{x} & \text{si } x < 0 \\ f(x) = \sqrt{x^2+1} - x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

On note (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1°/ a / Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b / Calculer $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$ et interpréter graphiquement les résultat obtenu.

2°/ a / Montrer que pour tout $x < 0$: $2x + \dfrac{1}{x} \leq f(x) \leq 2x - \dfrac{1}{x}$

b / E n déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

c / Montrer que la droite d'équation $y = 2x$ est une asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $(-\infty)$

Exercice n°4 : **(4 pts)**

Pour chacune des questions suivantes répondez par vraie ou fausse ***en justifiant votre réponse***.

Question 1 :

Soit θ est un réel . Le module du nombre complexe $1 + e^{i\theta}$ est égale à 2.

Question 2 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$. Alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$

Question 3 :

Soit f une fonction définie, continue et strictement croissante sur l »intervalle $[-1, 2]$

telle que ; $f(-1) = 1$ et $f(2) = 4$.

Alors l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution sur $[-1, 2]$.

Question 4 :

Si $f(x) = \dfrac{3x-1}{x}$, $x \in]-\infty, 0[$; et $g(x) = \sqrt{x+3} - \sqrt{x}$, $x \in [0, +\infty[$.

Alors $\lim\limits_{x \to 0^-} gof(x) = +\infty$

FATNASSI BECHIR