

4^{ème} Economie	Devoir de contrôle 1	Prof :AB.MARWEN
2024-2025	Mathématiques	Lycée Kondar

Exercice n°1 : (4 points)

Choisir la réponse exacte.

A) Soit $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = \frac{1}{x+1}$

1) L'ensemble de définition de la fonction $f \circ g$ est :

a) \mathbb{R} b) $[0, +\infty[$ c) $] -1, +\infty[$

2) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f \circ g(x) =$

a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) 0

3) $f \circ g(x) =$

a) $\sqrt{\frac{1}{x+1}}$ b) $\frac{1}{1+\sqrt{x}}$ c) $1+\sqrt{x}$

B) 1) Soient $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, le coefficient c_{23} de

matrice $C = B \times A$ est :

a) 2 b) -3 c) 3

3) Si A une matrice inversible d'ordre 3 avec $2A^3 - 3A^2 + A = 2I_3$, alors

$A^{-1} =$

a) $2A^2 - 3A + \frac{1}{2}I_3$ b) $2A^2 - 3A + \frac{1}{2}I_3$ c) $A^2 - \frac{3}{2}A + \frac{1}{2}I_3$

Exercice n°2 : (8 points)

Soit A une matrice avec $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1) Déterminer le déterminant de A et en déduire que A est inversible .

2) Soit la matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -6 & 6 & -3 \\ 8 & -5 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Calculer $A \times B$.

b) En déduire A^{-1} la matrice inverse de A .

3) Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec a, b et c des réels.

a) Calculer $f(1)$ et $f(2)$ en fonction a, b et c .

b) Calculer $f'(x)$ la fonction dérivée de f puis donner $f'(3)$ en fonction a et b .

4) a) Montrer que a, b et c vérifiant le système (S) :
$$\begin{cases} a + b + c = 3 \\ 4a + 2b + c = 4 \\ 6a + b = 4 \end{cases}$$

b) Donner l'écriture matricielle de système (S).

c) Résoudre le système (S) puis donner $f(x)$.

Exercice n°3 : (8 points)

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1} & \text{si } x > 0 \\ ax^2 + x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$ avec a un réel.

1) Montrer que f est continue en 0 pour tout réel a .

2) a) Déterminer le réel a tel que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2$.

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3) Dans la suite d'exercice on prend $a = 2$.

a) Étudier la dérivabilité à gauche et à droite en 0.

b) f est-elle dérivable en 0? justifier votre réponse.

4) a) Montrer que f est continue sur \mathbb{R} .

b) Montrer que f est strictement croissante sur $]0, +\infty[$.

c) Déterminer l'image de l'intervalle $]0, +\infty[$ par f .

5) Soit la fonction g la restriction de f sur $]0, +\infty[$.

a) Montrer que g réalise une bijection de $]0, +\infty[$ sur l'intervalle J que l'on précisera.

b) Déterminer $g^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ et $g^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$.

c) Expliciter $g^{-1}(x)$.