

Barème : Ex N°1 : 4,5 points / ExN°2 : 5points / ExN°3 : 4,5points / ExN°4: 6points

Exercice N°1:

Répondre par "Vrai " ou "faux" et justifier votre réponse :

- 1) l'équation : $x^5 + 2x - 1 = 0$, admet une unique solution dans $] -1,0[$
- 2) si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(\frac{1-x}{2-x}\right) = +\infty$
- 3) si $f(2) = 1$ et $f(5) = -1$, alors : $f([2, 5]) = [-1, 1]$
- 4) si $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} , & \text{si } x \neq 1 \\ 0,5 ; & \text{si } x = 1 \end{cases}$, alors f est continue en 1
- 5) la matrice inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ est $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
- 6) le coefficient a_{21} de la matrice : $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 5 \\ 0,5 & -5 \end{pmatrix}$ est égal : 0,

Exercice N°2:

Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

1. montrer que la matrice M est inversible

2. a) Calculer la matrice : $M^2 + M$

b) En déduire la matrice M^{-1} inverse de M

3. on considère le système (S) : $\begin{cases} -x + y + z = 2 \\ x - y + z = -1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$

a) Déterminer l'écriture matricielle de (S)

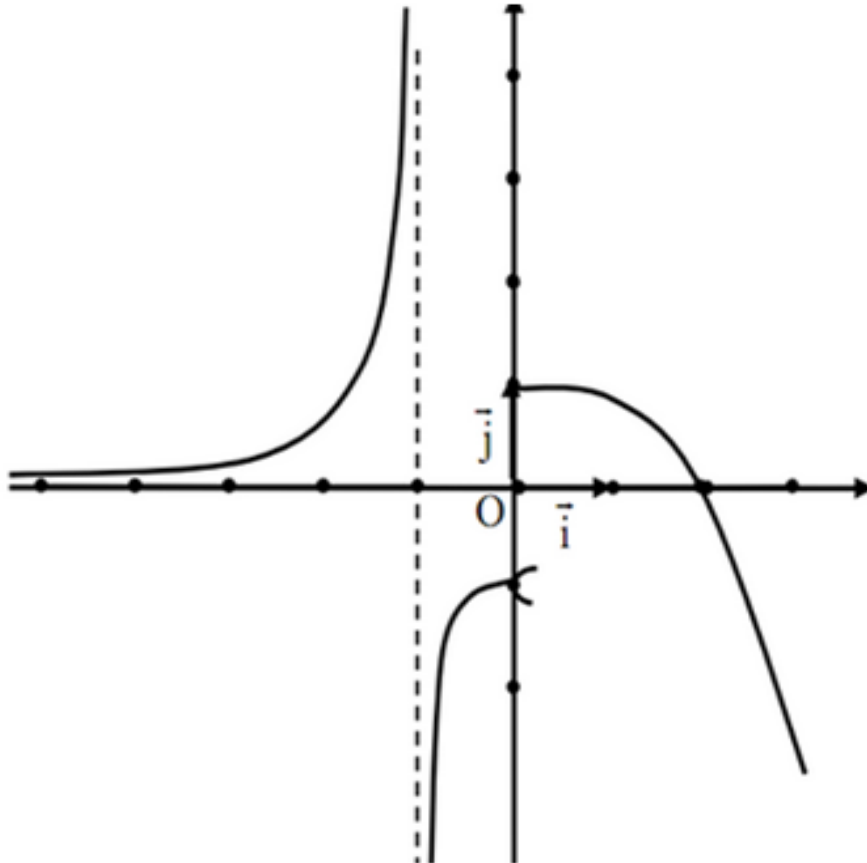
b) Résoudre alors dans \mathbb{R}^3 , le système (S)

Exercice N°3:

La figure ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , sachant que :

- l'axe d'abscisse est une asymptote en $-\infty$
- l'axe (O, \vec{j}) est une branche parabolique au voisinage $+\infty$

- 1) Par lecture graphique , déterminer :
 - a) l'ensemble de définition de f
 - b) les limites aux bornes
 - c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f \circ f (x)$
 - d) Préciser le signe de $f(x)$
 - e) f est -elle continue en 0 ? justifier
- 2) Déterminer : $f ([0 , 2])$
- 3) Déterminer nombre des solutions de l'équation : $f (x) = 0 , 7$



Exercice N°4:

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2x - 1 , & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{3x^2 - 4x + 1}{x-1} , & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(\frac{2x-3}{x-2})$
- 2) Montrer que : la courbe de f admet une branche parabolique de direction l'axe (O, \vec{j}) au voisinage $] - \infty$
- 3) Montrer que f est continue en 1
- 4) a) Montrer que : f est strictement croissante sur $] - \infty , 1 [$
 b) Montrer que l' équation : $f(x) = 0$, admet une unique solution $\alpha \in] 0 , 1 [$
 c) Déterminer $f (] -\infty , \alpha])$
- 5) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R}^* , par : $g(x) = \frac{1-x^3}{x}$
 Montrer que : $g (\alpha) = 2$