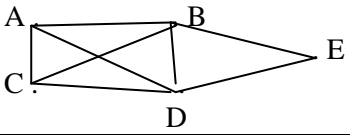
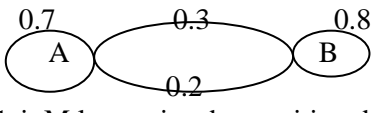
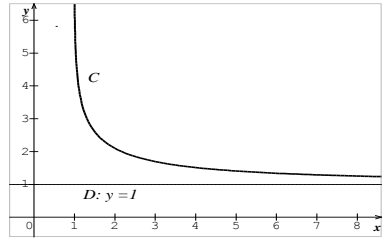


DEVOIR DE SYNTHÈSE N° 3

Exercice 1 : (4 points)

Cocher les bonnes réponses

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|---|---|-----------|-------|--|---|------|---|---|--|---|---|-----------|-------|--|---|------|-----------|---|---|---|---|-----------|-------|--|---|------|-----------|
| 1) Soit $I = \int_1^2 (1 + \frac{1}{x}) dx$ | a) $I = 1 + \ln 2$ | b) $I = 3 + \ln 2$ | c) $I = -1 + \ln 2$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2) Soit $J = \int_{e^{-1}}^1 \ln x dx$ | a) J est positif | b) J est négatif | c) J est nul | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3) Soit f une fonction continue sur IR et telle que $\int_{-1}^2 f(x) dx = 3$ et $\int_{-1}^0 f(x) dx = -3$ soit $K = \int_0^2 f(x) dx$ | a) $K = 6$ | b) $K = 0$ | c) $K = -6$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4) Soit le graphe G suivant  | a) G admet un cycle eulérien | b) G admet une chaîne eulérienne | c) G n'admet ni chaîne ni cycle eulérien | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | d) le nombre chromatique de G est entre 4 et 5 | e) le nombre chromatique de G est entre 1 et 3 | f) le nombre chromatique de G égal à 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5) Soit T le graphe probabiliste suivant  Soit M la matrice de transition de T et p l'état stable | a) $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ | b) $M = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$ | c) $M = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.8 & 0.2 \end{pmatrix}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | d) $p = (0.4 \quad 0.6)$ | e) $p = (0.5 \quad 0.5)$ | f) $p = (0.6 \quad 0.4)$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6) La courbe C est celle d'une fonction f définie sur \mathbb{R}^*+  | a) Le tableau de variation de f est | b) | c) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <table border="1" data-bbox="526 1299 837 1489"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr><td>f'(x)</td><td></td><td>+</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table> | x | 0 | $+\infty$ | f'(x) | | + | f(x) | 0 | 1 | <table border="1" data-bbox="869 1299 1173 1489"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr><td>f'(x)</td><td></td><td>-</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>$+\infty$</td><td>1</td></tr> </table> | x | 0 | $+\infty$ | f'(x) | | - | f(x) | $+\infty$ | 1 | <table border="1" data-bbox="1204 1299 1508 1489"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr><td>f'(x)</td><td></td><td>+</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>$+\infty$</td><td>0</td></tr> </table> | x | 0 | $+\infty$ | f'(x) | | + | f(x) | $+\infty$ |
| x | 0 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| f'(x) | | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| f(x) | 0 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | 0 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| f'(x) | | - | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| f(x) | $+\infty$ | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | 0 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| f'(x) | | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| f(x) | $+\infty$ | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Exercice 2 : (5 points)

Un nourrisson est pesé quotidiennement durant le 1^{er} mois de sa naissance.

Dans le tableau suivant X désigne le nombre de jours après la naissance du nourrisson et Y le poids en kg

| | | | | | | | |
|--------------|-----|------|-----|-----|----|------|-----|
| X (en jours) | 4 | 6 | 9 | 14 | 17 | 19 | 22 |
| Y (en kg) | 3.6 | 3.75 | 3.8 | 3.9 | 4 | 4.25 | 4.5 |

1) a) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à la série (X, Y)

b) Un ajustement affine de cette série est-il justifié ?

2) Soit G_1 le point moyen des 4 premiers points du nuage et G_2 le point moyen des derniers points du nuage

a) Déterminer les coordonnées de s points G_1 et G_2

b) Déterminer une équation de la droite de Mayer ($G_1 G_2$)

3) a) Quelle pourrait être une estimation du poids du nourrisson après 30 jours de sa naissance ?

b) Quel pourrait être l'âge du nourrisson sachant que son poids est 4.6 kg ?

Exercice 3 : (5 points)

Un livreur d'une société de vente à domicile doit livrer, à partir de A_1 , 5 clients qu'on note A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 .

Soit G le graphe représentant le réseau routier

On donne la matrice M associée au graphe G

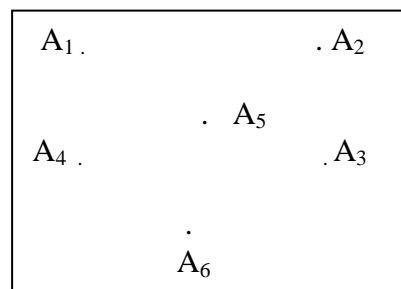
$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

On donne aussi

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M^4 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



1) Justifier que ce graphe est orienté

2) A partir de M , déterminer $d^+(A_1)$ et $d^-(A_1)$

3) Justifier que le livreur peut livrer, à partir de A_1 , les 5 clients et en passant une et une seule fois par tous les rues

4) a) Déterminer le nombre de trajets en 3 étapes reliant A_3 à A_2

b) Déterminer le nombre de trajets en 4 étapes reliant A_6 à A_3

5) Déterminer la distance entre A_1 et A_6

6) Représenter ce graphe

Exercice 4 (6 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3 - x e^{1-x}$

On note C sa représentation graphique dans un repère orthonormé

1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu

b) Vérifier que $f(x) = 3 - \frac{e}{e^x}$ et déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Interpréter le résultat obtenu

2) a) Montrer que $f'(x) = (x-1)e^{1-x}$ et dresser le tableau de variation de f

b) Tracer C

3) A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'aire A de la partie du plan limitée par C , $D: y = 3$, $D': x = 0$ et $D'': x = 3$

Donner une valeur approchée de A à 10^{-2} près.

4) La fonction f est le coût en milliers de dinars, de fabrication de x centaines d'objets $0 < x < 4$

a) Déterminer le coût de fabrication de 300 objets

b) Déterminer le nombre d'objets à fabriquer pour que le coût soit minimal

c) Déterminer la valeur moyenne de f sur $[0, 3]$