

DEVOIR DE CONTROLE N 2**Exercice 1 : (4 points)**

la courbe à coté est celle d'une fonction f définie sur

$]1, +\infty[$, F est une primitive de f sur $]1, +\infty[$ et

$U_n = f(n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

Cocher la bonne réponse

1) La suite (U_n) est

a) croissante b) décroissante c) n'est pas monotone

2) la limite de (U_n) est

a) $-\infty$ b) 2 c) 0

3) $F'(2) =$

a) 0 b) 2 c) 3

4) F est

a) croissante sur $]1, +\infty[$ b) décroissante sur $]1, +\infty[$ c) constante sur $]1, +\infty[$

**Exercice 2 : (4 points)**

Soit $f(x) = \frac{x^2+4x+6}{(x+2)^2}$, $x \in]-2, +\infty[$

1) Justifier que f admet une primitive sur $] - 2 , + \infty [$

2) Vérifier que $f(x) = 1 + \frac{2}{(x+2)^2}$

3) Trouver la primitive F de f sur $] - 2 , + \infty [$ qui s'annule en $- 1$

Exercice 3 :(5 points)

Soit la suite réelle (U_n) définie sur \mathbb{N} par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{2}{3} U_n - 2$

1) Calculer U_1 et U_2

2) a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n \geq -6$

b) Montrer que (U_n) est croissante

3) Soit $V_n = U_n + 6$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

c) Déterminer les limites de (V_n) et (U_n)

Exercice 4 : (7 points)

1) Soit $g(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + 2$, $x \in \mathbb{R}$

a) Montrer que $g'(x) = 2x(2x^2 + 3x + 1)$

b) Dresser le tableau de variation de g et déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) > 0$

2) Soit $f(x) = \frac{x^4 + x^3 - 6}{3(x+1)}$, $x \in]-1, +\infty[$

On note C sa courbe représentative dans un repère orthonormé

a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement ces résultats

b) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ et dresser le tableau de variation de f

c) Ecrire une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 0

d) Tracer C et T