

**Exercice N°1 (OCM :3 pts)**

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses est exacte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée: Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fautive ou absence de réponse vaut 0 point.

$$1) \int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx =$$

- a)  $1 - e$                       b)  $\frac{1}{2} \ln 2$                       c)  $\ln 2$

2) A et B sont deux événements indépendants tels que  $P(A) = 0,7$  et  $P(B) = 0,2$

- a)  $P(B/A) = 0,5$                       b)  $P(A \cup B) = 0,9$                       c)  $P(A \cap B) = 0,14$

3) soit  $f$  une fonction continue et positive sur  $[-1, 0]$ . Alors

- a)  $\int_{-1}^0 f(x) dx \geq 0$                       b)  $\int_{-1}^0 f(x) dx \leq 0$                       c)  $\int_0^{-1} f(x) dx \geq 0$

**Exercice N°2( 5 pts ) :**

Un quincaillier achète des ampoules de trois fournisseurs dans les proportions suivantes : 60% du premier fournisseur et 30% du deuxième fournisseur.

Le premier fournisseur fabrique 97% d'ampoules non défectueuses, le deuxième fournisseur fabrique 95% d'ampoules non défectueuses.

le troisième fournisseur fabrique 7% d'ampoules défectueuses

1) on choisit une ampoule au hasard dans le stock. On note :

D : « l'ampoule est défectueuse »

$F_1$  : « l'ampoule provient du premier fournisseur »

$F_2$  : « l'ampoule provient du deuxième fournisseur »

$F_3$  : « l'ampoule provient du troisième fournisseur »

a) préciser les probabilités :  $p(F_1)$ ,  $p(F_2)$  et  $p(F_3)$

b) dessiner un arbre pondéré

- c) calculer  $p(D \cap F_1)$
- d) montrer que la probabilité qu'une ampoule défectueuse est égale à 0,04
- e) l'ampoule choisie est défectueuse. Calculer la probabilité pour quelle provient du fournisseur  $F_1$

**Exercice N°3 (5 pts) :**

soit  $(U_n)$  une suite réelle définie sur  $\mathbb{N}$  par :

$$\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + 3 \end{cases}$$

- 1) a) montrer par récurrence que pour tout  $n$ , on a  $U_n > 4$
- b) montrer que la suite  $(U_n)$  est décroissante.
- c) en déduire que la suite  $(U_n)$  est convergente et calculer sa limite.
- 2) soit  $(W_n)$  la suite réelle définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $W_n = \ln(U_n - 4)$ .
- a) montrer que  $(W_n)$  est une suite arithmétique de raison  $-\ln 2$
- b) vérifier que pour tout  $n$ , on a  $W_n = (1 - 2n)\ln 2$
- c) calculer  $U_n$  en fonction de  $n$ .

**Exercice N°4 (7 pts) :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} + x$

On désigne par  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) a) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- b) Montrer que pour tout réel  $x$  on a :  $f'(x) = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} + 1$
- c) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- 2) a) Montrer que la droite  $\Delta$  d'équation  $y = x + 1$  est une asymptote à  $(C)$  au voisinage de  $+\infty$ .
- b) Montrer que la courbe  $(C)$  est au dessous de  $\Delta$ .

c) Montrer que la droite D d'équation  $y = x$  est une asymptote à (C) au voisinage de  $-\infty$ .

3) a) Montrer que le point  $A(0, \frac{1}{2})$  est un centre de symétrie pour la courbe (C).

b) Ecrire une équation cartésienne de la tangente T à la courbe (C) au point A.

4) Tracer T et (C).

5) soit  $\alpha$  un réel strictement positif

a) Montrer que  $\int_0^\alpha \frac{e^x}{e^x + 1} dx = \text{Log}\left(\frac{1+e^\alpha}{2}\right)$

b) calculer l'aire de la partie du plan limité par la courbe (C), la droite  $\Delta$  et les droites d'équations :  $x = 0$  et  $x = \alpha$

**BONNE CHANCE**