République tunisienne Ministère de l'éducation Lycée secondaire bardo A – S : 2024 / 2025 Prof : Mr Darwez	Devoir de contrôle N°1 Durée 2 heures Epreuve : Mathématique Section : 4 ECO 3

Exercice n°1 : (5,5points)

On considére les matrices : $A=\begin{pmatrix}16 & 19 & 21\\ 1 & 2 & 8\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 110\\ 7 & 2 & -107\\ -1 & 3 & 20\end{pmatrix}$

1) a) Calculer le déterminant de A et déduire que A est inversible .
   b) Déterminer $A\times B-7\times A$.
   c) En déduire que la Matrice inverse de A est $A^{-1}=\frac{1}{16}\begin{pmatrix}-6 & 2 & 110\\ 7 & -5 & -107\\ -1 & 3 & 13\end{pmatrix}$
2) Le tableau suivant indique les frais de fabrication en matiére premiére , main d'œuvre et frais divers pour chaque unité des différents types de produits $P_1 ; P_2\, et\, P_3$.

Types Frais de fabrication	Unité de type P_1	Unité de type P_2	Unité de type P_2
Matiére premiére	16	19	21
Main d'oeuvre	1	2	8
Frais divers	1	1	1

Les frais de tous les produits fabriqués en une journée donnée sont les suivants :

- Matiére premiére : 2460DT
- Main d'œuvre : 320DT
- Frais divers : 140DT

a) Traduire les informations ci-dessus en un systéme (S) de trois inconnues $x , y\, et\, z$.
b) Déterminer l'écriture matricielle du systéme (S) .
c) Déterminer le nombre de produits fabriqués en cette journée de chaque type : $P_1 ; P_2\, et\, P_3$.

Exercice n°2 : (7,5points)

On considère la matrice E = $\begin{pmatrix}4 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

1) Montrer que La matrice E est inversible puis donner la matrice E^{-1} inverse de E .
2) Soit la fonction f définie sur $R\, par : f(x)=a x^3+b x-5$, ou a et b sont des réels

   On suppose que : $f(2)=7\, et\, f(1)=-2$

   a) Montrer que : a et b vérifient le système (S) : $\begin{cases}4a+b=6\\ a+b=3\end{cases}$
   b) Résoudre dans R^2 , le système (S) puis donner l'expression de $f(x)$.
3) *on admet que :* $f(x)=x^3+2x-5$

a) Montrer que f est strictement croissante sur R

b) En déduire que l'équation : $f(x)=0$, admet une unique solution α sur l'intervalle $¿1,2¿$.

c) Vérifier que $\alpha=\frac{5}{\alpha^2+2}$

d) Pour tout réel x , Déterminer le signe de $f(x)$.

4) Déterminer $fof(\alpha) et f(¿-\infty,0]¿¿$.

5) Soit la fonction g définie sur R, définie par : $g(x)=\begin{cases} f(x)+4, si\, x\leq 0 \\ \frac{1-\sqrt{2x+1}}{x}, si\, x>0 \end{cases}$

Montrer qu g est continue en 0 .

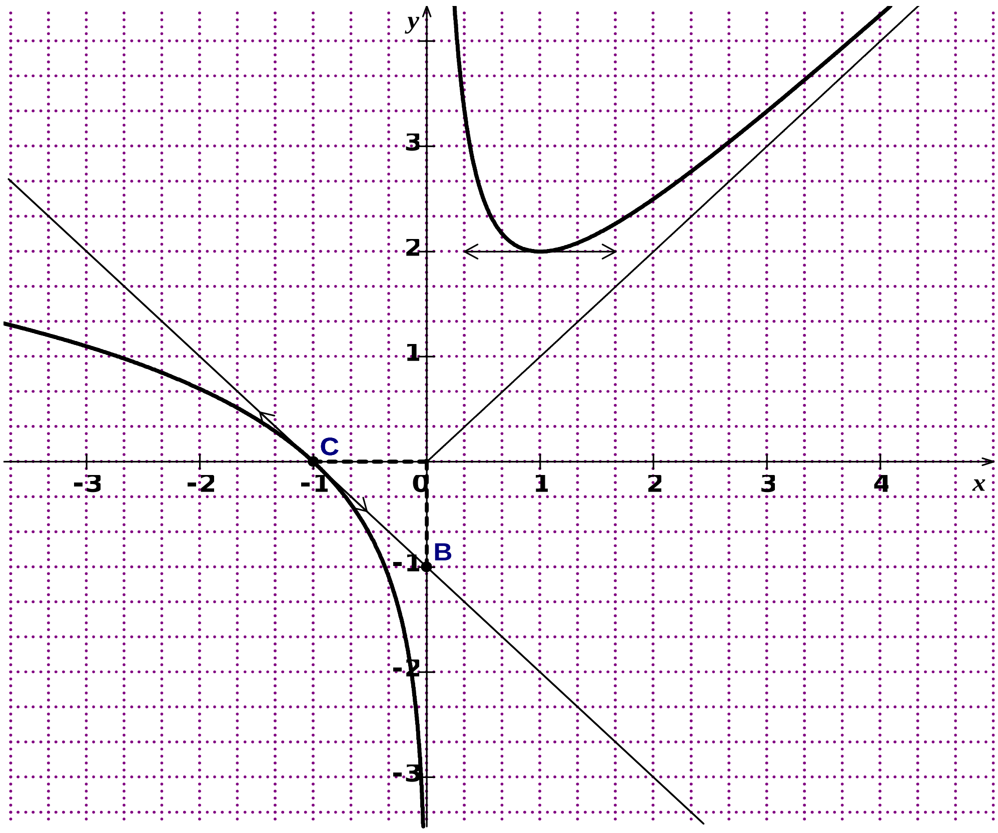
Exercice n°3 : *(7 points)*

Dans la figure (1) de l'annexe , on a tracé dans un repére orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

La courbe d'une fonction f continue et dérivable sur $¿-\infty,0¿$ et $¿0,+\infty¿$.

La courbe (Γ) admet :

- L'axe (O , $\vec{j}¿$ est une asymptote .
- $\Delta : y=x$ est une asymptote au voisinage $+\infty$.
- Une branche parabolique de direction celle de l'axe d'abscisse au voisinage $-\infty$.
- Une tangente au point C(- 1 , 0) qui passe par le point B (0 , - 1) .



I. En utilisant les données et le graphique :

1) Déterminer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} fof(x)$, $\lim_{x\to 0^{-¿}f(\frac{1}{x})¿}$ ¿ et $\lim_{x\to+\infty} f(2x)-2x+1$

2) Nombre des solutions de l'équation : $f(x)=2{,}71$

3) a) Déterminer $f'(1) et f'(-1)$.

b) Ecrire l'équation de la tangente au point d'abscisse – 1 .

c) Dresser le tableau de variation de f

II. Soit h la restriction de f sur ¿ .

a) Montrer que h réalise une bijection de ¿ sur un intervalle J que l'on précisera .

b) On note f^{-1} la fonction réciproque de h.

Tracer la courbe $\left(C_{f^{-1}}\right)$ dans le même repère de l'annexe (Figure 2).

Nom & prénom : ……………………………………………………………………………………………………

Annexe (figure 2)