

Exercice 1.....(3 points)

Choisir la seule réponse exacte sans justification.

❶ Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$. La matrice inverse de A est :

$\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$

❷ Soit la matrice A d'ordre 3×2 et la matrice B d'ordre 2×3 , alors l'ordre de la matrice $B \times A$ est :

2×2

2×3

3×3

3. Soit $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \sqrt{x-1}$ sur $[1; +\infty[$, alors $g \circ f(x) =$

x

$|x|$

$-x$

Exercice 2.....(6 points)

❶ On considère la matrice $M_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ 0 & \alpha & 1 \\ \alpha & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\alpha \in \mathbb{R}$.

a) Calculer, en fonction de α , le déterminant de M_α .

b) Pour quelles valeurs de α ; M_α est inversible ?

❷ On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

a) En utilisant la première question, justifier que A est inversible.

b) Calculer $A \times B$.

c) En déduire A^{-1} et B^{-1} .

❸ On considère le système (S):
$$\begin{cases} x - 2y + 4z = 3 \\ -2x + 4y + z = 3 \\ 4x + y - 2z = -6 \end{cases}$$

a) Ecrire (S) sous forme matricielle.

b) Résoudre alors (S).

Exercice 3.....(6 points)

On considère la fonction f définie sur IR par :

$$f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 3x - 2 & \text{si } x \in]-\infty; 1] \\ \sqrt{x^2 + 3} - x & \text{si } x \in]1; +\infty[\end{cases}$$

- ❶ Montrer que f est continue en 0
- ❷ Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- ❸ a) Montrer que f est croissante sur $] -\infty ; 1]$
b) Dédire que f réalise une bijection de $[-1 ; +\infty [$ sur l'intervalle J que l'on déterminera
- ❹ a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $] 0 ; 1]$
b) Vérifier que $0,5 < \alpha < 0,6$
- ❺ Donner le signe de $f(x)$ sur $] -\infty ; 1]$

Exercice 4.....(5 points)

Soit f la fonction dont la représentation graphique, dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) , est la courbe (Cf) ci-dessus

- ❶ Déterminer le domaine de définition D_f de f
- ❷ a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
b) Déterminer $f([-1 ; +\infty [)$
- ❸ Montrer que f réalise une bijection de $[-1 ; +\infty [$ sur l'intervalle J que l'on déterminera
- ❹ Tracer dans le même repère la courbe de la fonction f^{-1} réciproque de f
- ❺ Soit la fonction $g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$
Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} fog(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} gof(x)$

