<u>EXERCICE N°1</u> : (5 POINTS)

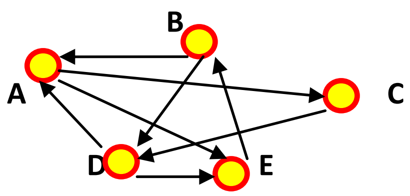
1/ a)

	A	B	C	D	E
d^+	2	2	1	2	1
d^-	2	1	1	2	2

b) Le graphe n'admet pas un cycle EULERIEN car : $d^+(B) \neq d^-(B)$.

c) Le graphe (G) admet une chaine EULERIENNE car $d^+(S_i) = d^-(S_i)$ sauf pour deux sommets B et E on a : $d^+(B) = d^-(B) + 1$ et $d^+(E) = d^-(E) - 1$.

d) Le graphe (G) :

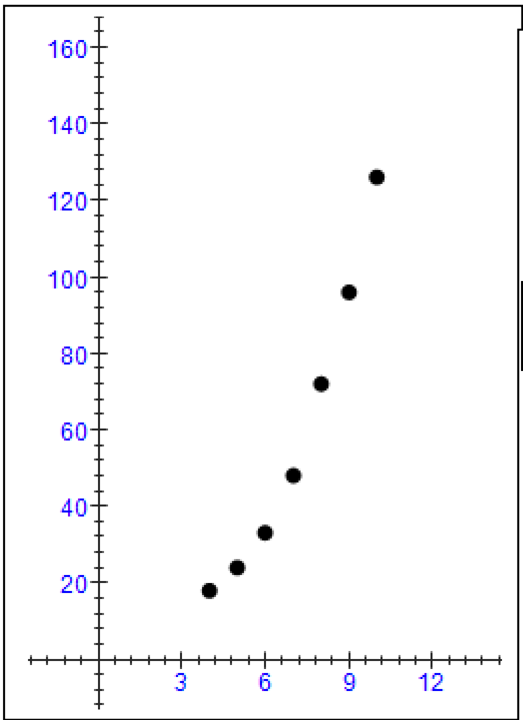


2) On a : $M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Le nombre situé dans la ligne 2 et dans la colonne 5 est égale à 2 alors il y a 2 chaines de longueur 2 reliant B à E : $B \to A \to E$ et $B \to D \to E$.

<u>EXERCICE N°2</u> : (4 POINTS)

1/



2/ En utilisant une calculatrice :

$\overline{x} = 7$ et $\overline{y} \approx 59,57$ (RCL 4 puis RCL 7)

$\sigma_x \approx 2$ et $\sigma_y \approx 37,28$ (RCL 6 et RCL 9)

x_i	4	5	6	7	8	9	10
$Z_i = \ln(y_i)$	2,89	3,18	3.5	3,87	4,28	4,56	4,84

$r_{xz} \approx 0,998$ (RCL :)

$z =$ 0.34.x+ 1,53 a = RCL b et b = RCL a

Alors ln y = 0.335.x+1,53

Alors y = $e^{0,34x+1,53}$.

Si x = 11 alors y =4,6 $e^{0,34x}$.

<u>EXERCICE N°3</u> : (4 POINTS)

1/a/ On procède par récurrence : on a $U_0 = 1$ alors $1 \leq U_0 \leq 3$.

Supposons que : $1 \leq U_n \leq 3$. Montrons que : $1 \leq U_{n+1} \leq 3$

$U_{n+1} - 1 = \frac{4U_n}{1+U_n} - 1 = \frac{4U_n - U_n - 1}{1+U_n} = \frac{3U_n - 1}{1+U_n} \geq 0 \; car \; 1 \leq \; U_n \leq 3$.

$U_{n+1} - 3 = \frac{4U_n}{1+U_n} - 3 = \frac{4U_n - 3U_n - 3}{1+U_n} = \frac{U_n - 3}{1+U_n} \leq 0 \; car \; 1 \leq \; U_n \leq 3$.

Alors $\leq \; U_{n+1} \leq 3$.

Conclusion : $1 \leq \; U_n \leq 3$ pour tout entier naturel n.

b/ $U_{n+1} - \; U_n = \frac{4U_n}{1+U_n} - \; U_n = \frac{4U_n - {U_n}^2 - \; U_n}{1+U_n} = \frac{U_n(3-U_n)}{1+U_n}$.

c/ on a : $1 \leq \; U_n \leq 3$ alors $3 - U_n \leq 0$ alors $U_{n+1} - \; U_n \leq 0$ alors

$U_{n+1} \leq \; U_n$ alors *la suite* $(\, U_n \,)$ *est* décroissante.

d/ $(\, U_n \,)$ *est* décroissante et $(\, U_n \,)$ *est* minorée par 1 alors
$(\, U_n \,)$ ***est convergente.***

2/ a/

$$V_n = \frac{3-U_n}{U_n} \text{ alors } V_{n+1} = \frac{3-U_{n+1}}{U_{n+1}} = \frac{3-\frac{4U_n}{1+U_n}}{\frac{4U_n}{1+U_n}} = \frac{\frac{3+3U_n-4U_n}{1+U_n}}{\frac{4U_n}{1+U_n}} = \frac{\frac{3-U_n}{1+U_n}}{\frac{4U_n}{1+U_n}} = \frac{3-U_n}{4U_n} = \frac{1}{4}.V_n$$

Alors la suite (V_n) est une suite géométrique de raison q = $\frac{1}{4}$.

b/ $V_n = \frac{3-U_n}{U_n}$ alors $V_n.U_n = 3 - \; U_n$ alors $V_n.U_n + \; U_n = 3$

alors $U_n.(V_n + 1) = 3$ alors $U_n = \frac{3}{1+V_n}$.

c/ on a : $q \in \,]-1; 1[$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = 0$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 3$.

<u>EXERCICE N°4</u> : (7 POINTS)

1/ f (x) = x-1- ln (x)

$\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(1 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}\right) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x = \lim\limits_{x\to+\infty} -1 - \ln x = -\infty$;

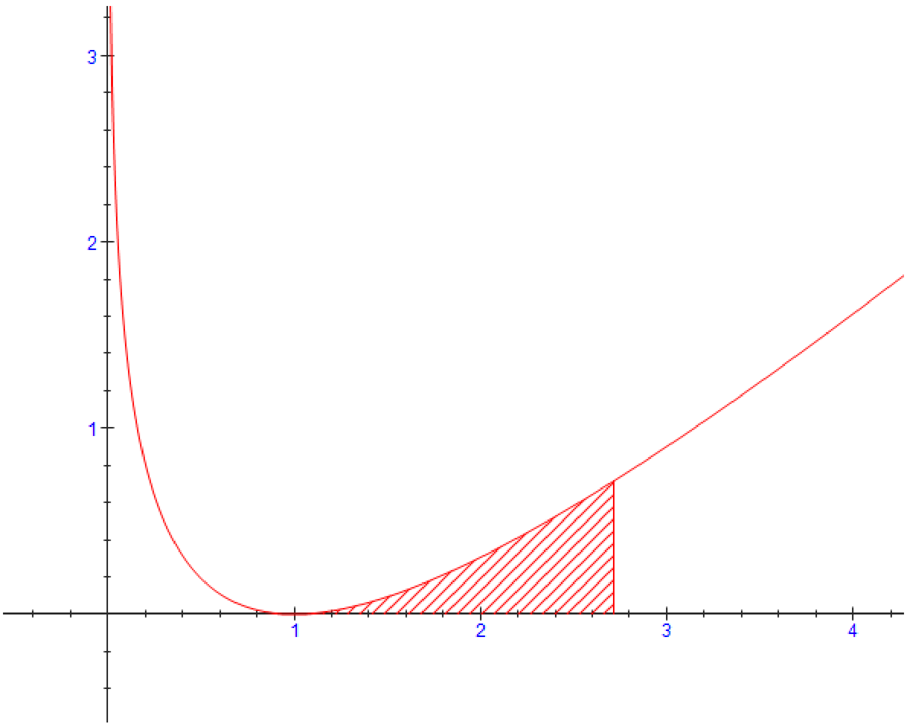
$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} 1 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} = 1$;

2/ $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$.

3/

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
f	$\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

4/



5/ $\mathcal{A} = \int_1^e |f(x)|dx = \int_1^e (x - 1 - \ln x)\,dx = \left[\frac{x^2}{2} - x - (x\ln x - x)\right]_1^e$

$$= \left[\frac{x^2}{2} - x\ln x\right]_1^e = \frac{e^2}{2} - e\ln e - \left(\frac{1^2}{2} - 1\ln 1\right) = \frac{e^2}{2} - e - \frac{1}{2}.$$