3 ème Sc.Exp 15/03/2023

Devoir de synthèse N°2

Lycées: Utique(Bizerte)/Bir Lahmar(Tataouine)/Ghraiba(Sfax1) 2 h

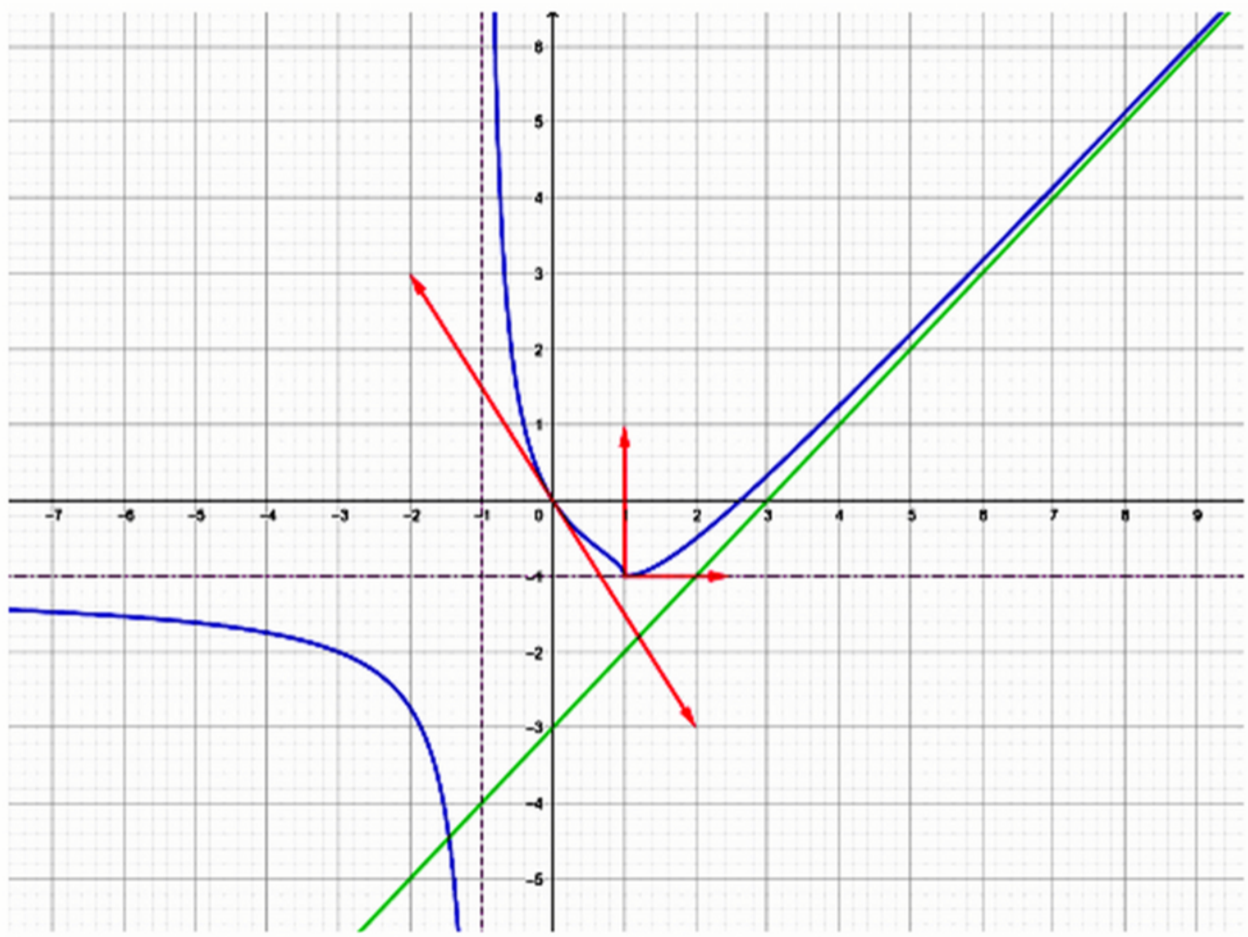
Exercice N° 1 (4 points)

La courbe φ si dessous est celle d'une fonction f .

★ φ admet une asymptote verticale d'équation : $x = -1$.

★ φ admet une asymptote horizontale au voisinage de $-\infty$ d'équation : $y = -1$

★ φ admet une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$ d'équation : $y = x - 3$.



Par une lecture graphique déterminer :

1. L'ensemble de définition de f .

2. Les domaines de continuité et de dérivabilité de f .

3. Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - x)$.

4. a) Déterminer $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)$.

   b) Déterminer $\lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{f(x)+1}{x-1}$

5. a) Déterminer $f'(0)$

   b) En déduire une valeur approchée de $f(-0,003)$

Exercice N° 2 (4 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
On désigne par A et B les deux points de coordonnées cartésiennes respectives $(-\sqrt{3}, -1)$ et $(-1, \sqrt{3})$

1) a) Déterminer les coordonnées polaires de A et B .

b) Montrer que le triangle OAB est isocèle et rectangle en O

c) Placer , dans l'annexe ci-jointe , les deux points A et B

2) a) Déterminer et construire l'ensemble E des points M de coordonnées polaires $(2, \theta)$ avec $0 \leqslant \theta \leqslant \frac{2\pi}{3}$.

b) Déterminer et construire l'ensemble F des points M de coordonnées polaires $(r, -\frac{5\pi}{6})$ avec $0 \leqslant r \leqslant 2$

Exercice N° 3 (5 points)

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère la droite (Δ) : $\begin{cases} x = 3\alpha + 4 \\ y = 2\alpha \\ z = \alpha + 1 \end{cases}$, $\alpha \in \mathbb{R}$

et la droite (D) de vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et passant par le point $B(3, -1, 1)$.

1) Montrer que les droites (Δ) et (D) sont sécantes en un point E dont on déterminera les coordonnées .

2) Soit P le plan contenant (D) et (Δ) .
Montrer qu'une équation cartésienne du plan P est : $x - y - z - 3 = 0$.

3) Soit (D') la droite passant par $C(1, 0, 3)$ et orthogonal à P .

a) Écrire une équation paramétrique de (D') .

b) Déterminer les coordonnées du point H , projeté orthogonal de C sur P .

4) Soit Q le plan d'équation $Q : 2x + y + z + 6 = 0$

a) Montrer que les deux plans P et Q sont perpendiculaires .
On désigne par (Δ') leur intersection .

b) Montrer que la droite (Δ') passe par le point $F(-1, -4, 0)$ et de vecteur directeur $\vec{w}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice N° 4 (7 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ par $f(x)=\dfrac{x^2-x-1}{x-2}$. On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. a) Calculer $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ .Interpréter graphiquement le résultat .

   b) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$, $f'(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$.

   c) Dresser le tableau de variation de f .

2. On se propose de déterminer les réels a, b et c tels que $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$.

   a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$. En déduire la valeur de a.

   b) Calculer $\lim\limits_{x\to 2}(x-2)f(x)$ .En déduire la valeur de c .

   c) Calculer $f(0)$. En déduire b.

   On suppose dans la suite que $f(x)=x+1+\dfrac{1}{x-2}$ **pour tout** $x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$

3. a) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

   b) Montrer que la droite (Δ) : $y=x+1$ est une asymptote oblique à (C_f) au $V(\infty)$.

   c) Étudier la position relative de (C_f) et (Δ) .

4. Montrer que le point $I(2,3)$ est un centre de symétrie de (C_f) .

5. Construire dans l'annexe la courbe (C_f) .

6. Soit la fonction g définie par $g(x)=f(|x|)$.
   On désigne par (C_g) sa courbe représentative dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

   a) Déterminer le domaine de définition de g.

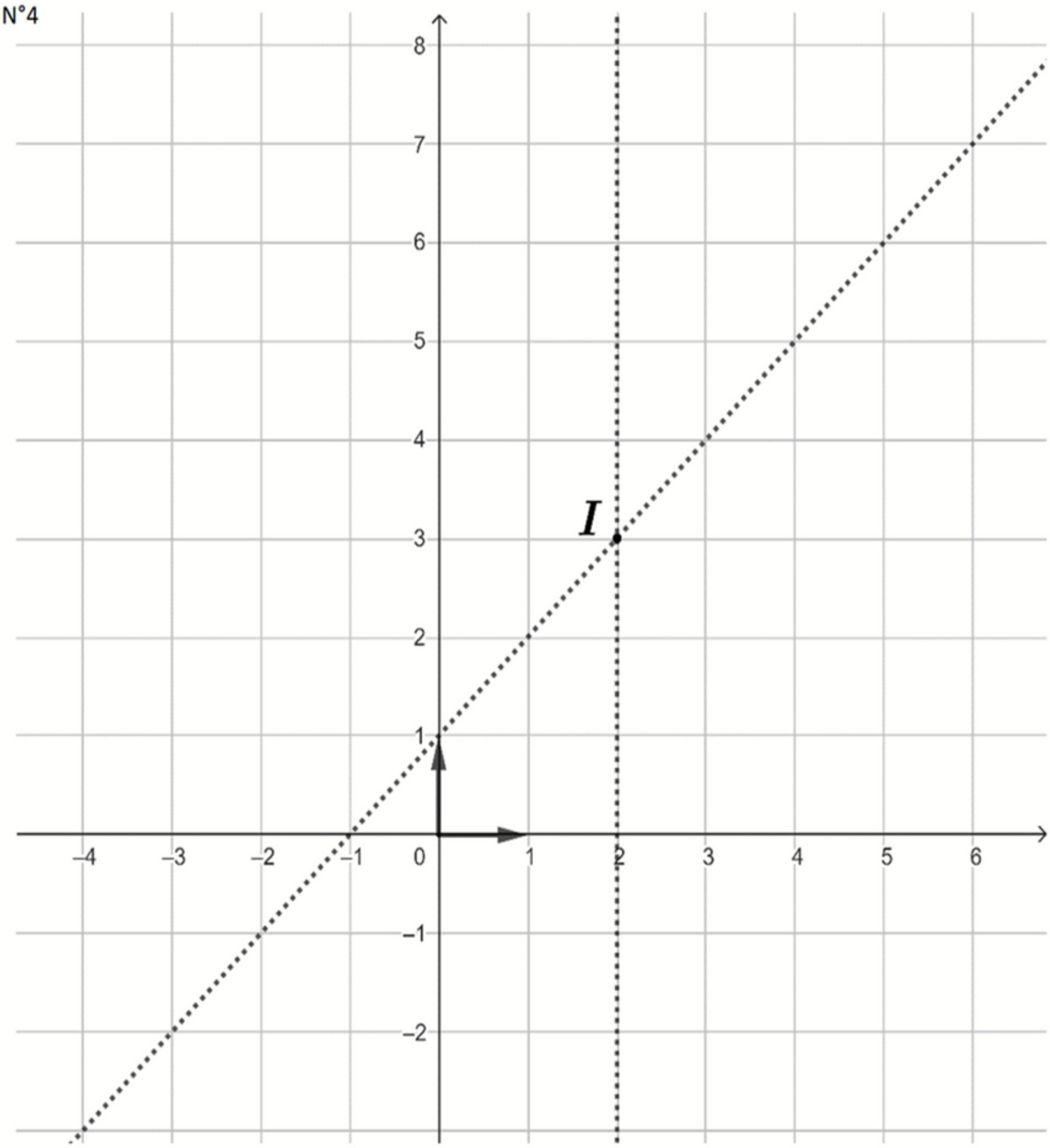
   b) Montrer que la fonction g est paire .

   c) Déduire une construction de (C_g) à partir de (C_f) puis construire (C_g) .

Annexe à rendre avec votre copie

Nom et prénom .... Classe ....

Exercice N°4



Exercice N°2