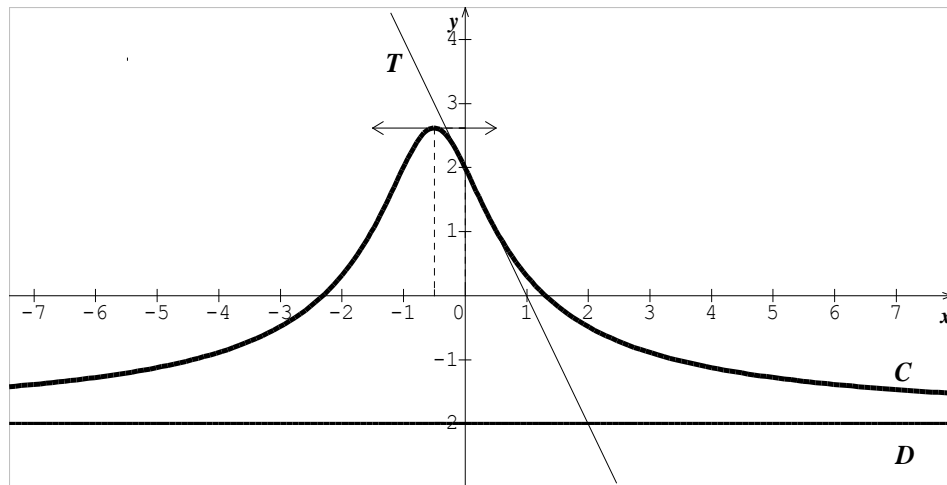


Exercice 1 : (4 points)

La courbe à côté est celle d'une fonction f définie sur \mathbb{R} .

La droite D est une asymptote à C .

La droite T est une tangente à C au point d'abscisse 0



1) Déterminer, en justifiant, $f'(\frac{-1}{2})$, $f'(0)$ et le signe de $f'(4)$

2) Déterminer une équation de chacune des droites D et T

3) Déterminer deux réels m et M vérifiant : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $m \leq f(x) < M$

3) Dresser le tableau de variation de f

4) f est l'une des fonctions suivantes : $f_1(x) = \frac{x^2 + 4}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}} - 2$, $f_2(x) = \frac{4}{\sqrt{x^2 + x + 1}} - 2$, $f_3(x) = 4\sqrt{x^2 + x + 1} - 2$

quelle fonction est la fonction f ? Justifier

5) Montrer que $D' : x = \frac{-1}{2}$ est un axe de symétrie de C

Exercice 2 : (5 points)

1) Soit $z = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $z' = \frac{4}{z}$ et $z'' = \frac{-z^2}{2i}$

a) Écrire z' et z'' sous forme algébrique

b) Écrire z sous forme trigonométrique

2) Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct (o, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A , B et C d'affixes respectives 2 , $-\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2} - i\sqrt{2}$

a) Représenter les points A , B et C

b) Montrer que OAB est isocèle

b) Soit I le milieu de $[AB]$. Déterminer z_I l'affixe de I

c) Donner la forme trigonométrique de z_I et déduire la valeur exacte de $\cos(\frac{3\pi}{8})$

3) Déterminer l'affixe du point D tel que $ABDC$ soit un losange

Exercice 3:(4,5 points)

Soit ABC un triangle isocèle rectangle en A tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et $D \in [BC]$ tel que $BD = AB$

1) Montrer qu'il existe une unique rotation r qui transforme A en B et B en D

b) Déterminer le centre I et l'angle de la rotation r

2) Donner les éléments caractéristique de $r \circ r$. En déduire la nature du triangle AID

3) a) construire le point D' image de D par r

b) Quelle est l'image de la droite (AB) par $r \circ r$?

c) Montrer que $ACDD'$ est un parallélogramme

4) a) Montrer que les points A, B, D et D' sont sur un même cercle Γ que l'on précisera

b) Le cercle Γ est-il globalement invariant par r ?

5) Soit M un point du plan tel que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi]$ et $M' = r \circ r(M)$

Déterminer et construire l'ensemble des points M' lorsque M varie

Exercice 4: (6,5 points)

1) Soit $P(x) = x^4 + 24x^2 - 128x + 144$, où $x \in \mathbb{R}$

a) Déterminer P' et vérifier que pour tout réel x , $P'(x) = (x - 2)(4x^2 + 8x + 64)$

b) Dresser le tableau de variation de P et déduire le signe de $P(x)$

2) Soit $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 12x + 28}{x^2 + 12}$

On note C la représentation graphique de f dans un repère orthogonal

a) Justifier que f est dérivable sur \mathbb{R} et que $f'(x) = \frac{P(x)}{(x^2 + 12)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f

b) Montrer que $D: y = x - 3$ est une asymptote à C et préciser la position de C par rapport à D

3) a) Ecrire une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 2

b) Montrer que $f(x) - 3 = \frac{(x - 2)^3}{x^2 + 12}$ et déduire la position de C et T

4) Tracer C, T et D

5) a) soit $g(x) = f(|x|)$. Tracer dans le même repère la courbe représentative de g en justifiant le traçage

b) Montrer que g n'est pas dérivable en 0

c) Dresser le tableau de variation de g