Exercice N°1 :

La courbe (C) ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'une fonction f définie , continue sur $\mathbb{R}$ et dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{-1,2\}$, tel que (C) admet une asymptote horizontale (D)au voisinage de $(+\infty)$ d'équation $y=-2$ et une asymptote oblique (D')au voisinage de $(-\infty)$ d'équation $y=-x+1$. On note f' la fonction dérivée de f.

1) Par lecture graphique donner :

$a)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$

$b)$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x)$

$c)$ $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{f(x)}{x+1}$; $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{f(x)}{x+1}$

$d)$ $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{f(x)+3}{x-2}$; $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{f(x)+3}{x-2}$

2) Soit g la fonction définie par : $g(x)=\sqrt{f(x)}$

a) Déterminer le domaine de définition de g.

b)Donner g '(x) en fonction de f '(x) et f(x) puis dresser le tableau de variation de g.

3) Soit h la fonction définie par $h(x)=\frac{1}{f(x)}$

a) Déterminer le domaine de définition de h .

b) Donner h '(x) en fonction de f '(x) et f(x) puis dresser le tableau de variation de h.

Exercice N°2 : Le tableau suivant est le tableau de variation d'une fonction

[redacted]

1) a) Déterminer le domaine de définition de f.

b) Donner les limites suivantes: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to(-1)^-} f(x)$; $\lim_{x\to(-1)^+} f(x)$

c) Donner les équations des asymptotes à la courbe (C_f) de f.

2) Discuter suivant les valeurs de $(m \in \mathbb{R})$,

le nombre des solutions de l'équation : $f(x) = m$.

3) On pose : $f(x) = \dfrac{ax^2 + b}{x^2 - 1}$ (ou a et b sont deux réels) .

a) Calculer en fonction de a et b : $f(0)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Déduire alors les deux réels a et b .

4) Tracer dans l'annexe , la courbe (C_f) de f.

Exercice N°3 :

Soit la fonction g définie sur $R\backslash\{-1\}$ par : $g(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$,

et (φ_g) sa courbe représentative dans un ROND $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) déterminer les limites de g aux bornes de son domaine de définition .

2) Etudier le sens de variation de g.

3) Montrer que pour tout $x \neq -1$; $g(x) = x - 1 + \frac{2}{x+1}$.

4) a) Démontrer que $(D) : y = x - 1$ est une asymptote oblique à (φ_g) au $V(\pm\infty)$.

b) Etudier la position relative de (D) et (φ_g).

La courbe (φ_g) admet – elle une autre asymptote ?

5) Montrer que le point $I(-1, -2)$ est un centre de symétrie de (φ_g) .

6) Ecrire l'équation de la tangente (T) à (φ_g)au point d'abscisse 0 .

7) Tracer dans l'annexe, la droite (T) et la courbe (φ_g).

Exercice N°4 :

Soit $x \in \mathbb{R}$, on pose $h(x) = 1 - \cos(2x) + \sin(2x)$

1) Calculer $h\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $h\left(\frac{\pi}{8}\right)$

2) Pour tout x de $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ on pose $H(x) = \frac{h(x)}{1+\sin(2x)}$.

a) Vérifier que $H\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2 - \sqrt{2}$

b) Montrer que : $h(x) = 2sinx(sinx + cosx)$

c) Vérifier que $1 + sin2x = (sinx + cosx)^2$

puis déduire que : $H(x) = \frac{2sinx}{sinx+cosx}$

3) a)Montrer que : $\sqrt{2}cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = sinx + cosx$

b) Déduire que $tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1$

c) Déduire alors $cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

exercice N°5

Le plan orienté est rapporté à un repère orthonormé direct (O, I, J)

I) montrer que: $sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+\ cos(3\pi - x) + cos\left(\frac{13\pi}{2}+x\right) - sin(x-\pi) = 0$

II)Soit la fonction f définie par $f(x) = 2cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right) + sin^2 x - \sqrt{2}cosx$.

1) calculer: $f(0)$; $f(7\pi)$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ et $f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

2) Montrer que : $2cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = f\left(\frac{\pi}{3}\right) + \frac{\sqrt{8}-3}{4}$.

3) a) montrer que pour tout réel , $x \in R$ on a $f(x) = sin^2 x - \sqrt{2}sinx$.

b) calculer : $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et en déduire une valeur exacte de $cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

c) Résoudre $\mathbb{R}$ puis dans $[0, 2\pi]$dans l'équation : $f(x) = 0$.

exercice N°6

1)Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -sin^2 x + sinx + 3$

a) calculer $f\left(-\frac{25\pi}{4}\right)$; $f\left(\frac{1993\pi}{6}\right)$ et $f\left(-\frac{74\pi}{6}\right)$

b) montrer que pour tout réel $x \in R$ on a $f(x) \geq 0$

2) Montrer que a) $sinx = sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right) - sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$.

b) $sinx - cosx = \sqrt{2}\,sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$.

c) $(sin2x + cos2x)^2 - 1 = sin4x$.

3) calculer les réels Aet B :

$$A = cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right).$$

$$B = sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + sin^2\left(\frac{3\pi}{12}\right) + sin^2\left(\frac{5\pi}{12}\right) + sin^2\left(\frac{7\pi}{12}\right) + sin^2\left(\frac{9\pi}{12}\right) + sin^2\left(\frac{11\pi}{12}\right)$$

exercice N°7

On considère la fonction $g(x) = 4\ cos^2 x + \sqrt{3}\ cosx\ sinx + 3\ sin^2 x - 4$.

1) a)montrer que pour tout réel $x \in R$ on a : $g(x) = \sqrt{3}\,sinx\ cosx - sin^2 x$

b) montrer que pour tout réel $x \in R$ on a : $g(x) = 2\ sinx\ cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

Exercice N°8 :

Soit la fonction f défini par : $f(x) = \frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-2x}$

1) Déterminer D_f.

2) Vérifier que quel que soit $x \in D_f$; $f(x) = \frac{1}{x(\sqrt{x+7}+3)}$.

3) a) Calculer : $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ et : $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$

b) La fonction f est elle prolongeable par continuité en 2 ?

si, oui donner ce prolongement.

4) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \begin{cases} \frac{-1}{f(x)} & si\ x > 2 \\ \frac{x^3+x^2-4x-4}{x^2-5x+6} & si\ x < 2 \\ g(2) = -12 & \end{cases}$$

a) Développer : $(x+1)(x^2-4)$.

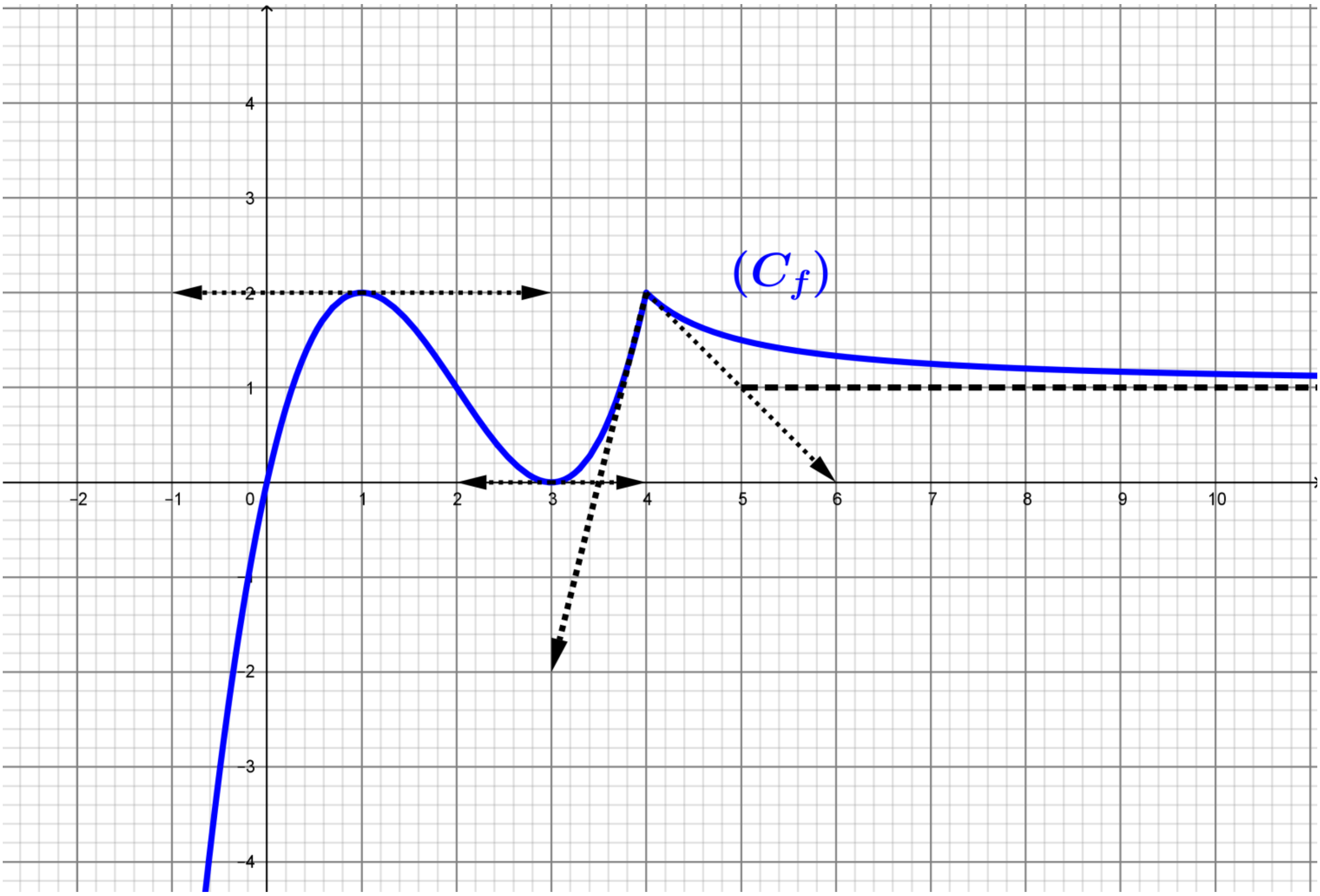
b) Calculer : $\lim\limits_{x\to 2^-} g(x)$ et : $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x)$.

c) Montrer que g est continue en 2 .

d) Montrer que g est continue sur $\mathbb{R}$.

Exercice N°9 :

La courbe (C) ci – dessous est la représentations graphique dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$;



1)Répondre , à chaque fois par , Vrai ou faux :

a) La fonction f est continue sur $\mathbb{R}$.

b) La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

2) Dresser le tableau de variation de f.

3) On désigne par f' la fonction dérivée de f.

a) Déterminer le domaine de définition de f'.

b) Dresser le tableau de signe de f'.

4) Déterminer par lecture graphique :

a) $f(0)$, $f(1)$, $f(3)$, $f(4)$.

b) $f'(1)$, $f'(3)$, $f'_d(4)$, $f'_g(4)$.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

5) On pose g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (f(x))^2$.

a) Calculer $g'(x)$ en fonction de $f(x)$ et $f'(x)$

et dresser la tableau de variation g