

Exercice 1 😊 Soit f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = e^x + \frac{1}{e^x}$ et $g(x) = e^x - \frac{1}{e^x}$

Montrer que f est paire et g est impaire

Exercice 2 😊 Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x \ln(\frac{1}{x} + 1)}$; 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \ln(\frac{e^x - 1}{x})$; 3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} \ln(1 + e^{2x})$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x)$; 5) $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{e^x - e}{x - 1})$; 6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \frac{1}{x})^x$ 😊

Exercice 3 😊

Soit la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par : $f(x) = e^{\sqrt{x}} + 1$

- 1) a/ Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 . Interpréter
b/ Etudier les variations de f
- 2)
Tracer la courbe (C) de f dans un plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})
- 3) a/
Montrer que f est une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera
on note $g = f^{-1}$. Tracer la courbe (C') de g dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j})
b/ Montrer que $\forall x \in [2, +\infty[, g(x) = \ln^2(x - 1)$
- 4) a/ Calculer à l'aide de deux intégrations par parties l'intégrale $J = \int_2^{e+1} g(x) dx$
b/ Que représente J graphiquement ?
- 5) Soit A l'aire de la partie du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites $x = 0$ et $x = 1$
a/ Montrer que $A + 1 = e + 1$
b/ En déduire A

Exercice 4 😊 Soit la fonction numérique à variable réelle définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f(x) = (x - 1) \ln(1 - x) & \text{si } x < 1 \\ f(x) = (x - 1)e^x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- 1) a/ Montrer que f est continue en 1
b/ Etudier la dérivabilité à gauche et la dérivabilité à droite en 1
Interpréter graphiquement le résultat
- 2) a/ Etudier les variations de f .
b/ Tracer la courbe (C) représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})
- 3) Soit g la fonction définie sur l'intervalle $I = [1, +\infty[$ par $g(x) = (x - 1)e^x$
a/ Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera 😊

b) Tracer la courbe (Γ) représentative de g^{-1} dans le même repère que (C)

4) soit α l'abscisse du point d'intersection des courbes (C) et (Γ) . (on ne cherchera

pas à déterminer α

a) Calculer l'aire $A(\alpha)$ de la partie de plan limitée par (C) et les droites

d'équation $y = 0$, $x = 1$ et $x = \alpha$

b) En déduire la valeur de l'intégrale $I = \int_0^\alpha g^{-1}(x) dx$ en fonction de α