

Série d'exercices intégrale – logarithme népérien

Exercice 1 ☺

1) Soit h la fonction définie par $h(x) = -\frac{2}{x} - x^2$

a) Etudier les variations de h .

b) Déterminer la primitive de h sur $]0; +\infty[$ qui prend la valeur $\frac{2}{3}$ au point 1

2) Soit la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 1 - 2\ln x - \frac{x^3}{3}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de g dans le plan rapporté à un repère (o, \vec{i}, \vec{j})

a) Etudier les variations de g .

b) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution α telle que $\alpha > 1$

c) Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point A d'abscisse 1.

d) Construire (T) et (C)

3) Soit la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^2} - \frac{x}{3} \quad (\zeta) \text{ désigne sa courbe représentative dans le plan}$$

a) Dresser le tableau de variation de f

b) Montrer que (ζ) admet une asymptote oblique Δ

c) Etudier la position de (ζ) par rapport à Δ et Montrer que $f(\alpha) < 0$

d) Construire (ζ)

Exercice 2) ☺

1) Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2+1}$

a) Dresser le tableau de variation de f et tracer sa courbe représentative (C) dans (o, \vec{i}, \vec{j})

b) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans \mathbb{R} une solution unique α telle que :

$$1 < \alpha < \frac{3}{2}$$

2) On appelle g la restriction de f à $[0, +\infty[$

a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie dans $]1, 2]$.

b) Ecrire l'expression de $g^{-1}(x)$ pour x appartenant à $]1, 2]$

c) Tracer la courbe (C) de $g^{-1}(x)$ dans (o, \vec{i}, \vec{j})

3) Soit h la fonction définie sur $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ par : $h(x) = \int_0^{tg x} f(t) dt$

a) Montrer que h est dérivable sur $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ et que $h'(x) = tg^2(x) + 1$

b) Calculer alors $\int_0^1 h(x)$

c) En déduire l'aire A du domaine limité par la courbe (C) et les droites d'équations :

$$x = 0 \quad , \quad x = 1 \quad , \quad y = 1$$

Bon courage

Mr Oueslati Aymen

Tél 27677722

Oueslati Aymen