Professeur : Zantour Hamdi — 4 Février 2017

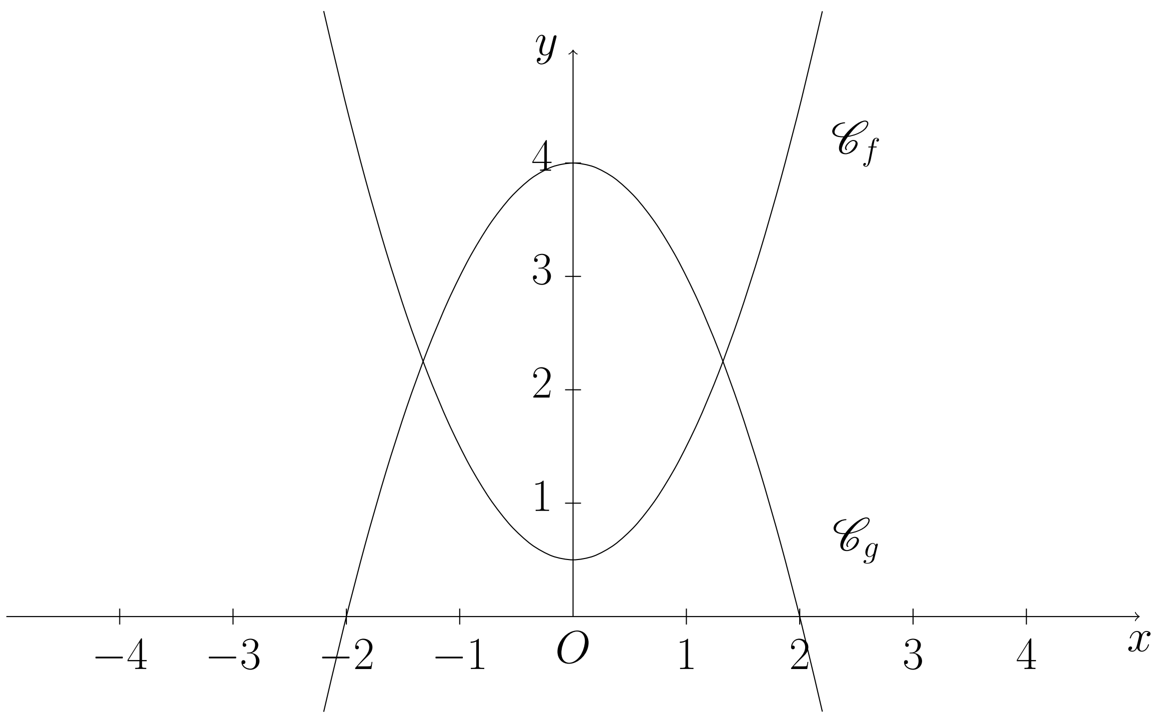
Classe : 4^eannée

Section : Informatique

Série N°1
Mathématiques

Exercice 1

On a représenté dans le graphique ci-dessous les représentations graphiques $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ de deux fonctions f et g définies et dérivables sur $\mathbb{R}$.



Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes.

1/ a) Calculer $f(0)$, $g(0)$, $f'(0)$ et $g'(0)$.

b) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation : $g(x) = 0$.

c) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation : $f(x) = g(x)$.

2/ Etudier la position relative de f et g sur $\mathbb{R}$.

3/ a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

b) Etudier les variations des fonctions f et g.

c) Etudier les variations de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = g \circ f(x)$.

Exercice 2

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 3\,x^2 + 6\,x + 4 & \text{si } x \geqslant -1 \\ \dfrac{2}{x^2+1} & \text{si } x < -1 \end{cases}$$

1/ a) Déterminer l'ensemble de définition de f.

b) Montrer que f est continue en -1.

c) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.

2/ Etudier la dérivabilité de f en -1 puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.

3/ a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R} \backslash \{-1\}$.

c) Dresser le tableau de variations de f.

Exercice 3

Soit f une fonction définie et dérivable dont le tableau de variation est donnée ci-dessous.

x	-5		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\frac{4}{3}$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	$\frac{1}{6}$

1/ a) Déterminer l'ensemble de définition de f.

b) Calculer $f'(-2)$ et $f'(0)$ puis interpréter ces résultats.

c) Déterminer le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = 1$.

2/ a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ puis interpréter ce résultat graphiquement.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$, admet deux solutions réelles α et β.

c) Dresser le tableau de signe de f puis résoudre l'inéquation : $f(x) > 0$.

d) Tracer $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f.