Exerice 1:

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

1. Montrer que la matrice A est inversible et calculer A^{-1}.
2. Résoudre le système suivant: $S : \begin{cases} 2x - y + z = 5 \\ x + y - z = -2 \\ -4x - 2y + 3z = 12 \end{cases}$

Exercice 2:

Résoudre le système suivant par la méthode de Cramer:

$$S : \begin{cases} 5x + y + z = 5 \\ 2x + 13y - 7z = -1 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$$

Exercice 3:

Déterminer ler valeurs du réel m pour lesquelles le système:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + 2y + mz = 2 \\ 2x + my + 2z = 3 \end{cases}$$

Exercice 4:

Soit la matrice $A_m = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & m \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

1. Déterminer le déterminant de A_m.
2. Pour quelles valeurs de m ,A_m est inversible ?
3. Dans cette partie, on prend $m = 2$. On note A la matrice A_2.
   (a) Montrer que $A^2 + 2A - 3I = O$.
   (b) En déduire la matrice A^{-1} en fonction de A et de I.
4. Résoudre le système $\begin{cases} 2x - 2y + z = 0 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$

Exercice 5:

1. Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ a & 0 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$
   (a) Pour quelles valeurs du réel a ,la matrice A et invercible ?
   (b) Calculer son inverse pour $a = 1$.
2. Soit la matrice $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
   (a) On pose $a = 1$. Calculer les produits AB et BA. Que remarquez-vous.

(b) Le résultat trouver est-il une propriété du produit matriciel ?

Exercice 6:

On considère la matrice A_p suivante: $A_p = \begin{pmatrix} -p & 5p \\ p & -p \end{pmatrix}$

1. Calculer le déterminant de A_p.En déduire les valeurs de p pour que A_P est inversible.
2. On suppose que $p = \dfrac{1}{2}$ et on note $A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.Calculer A^2
3. Montrer que $A^2 + A = I$
4. En déduire que $A^{-1} = A + I$

Exercice 7:

On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

1. Calculer M^2, et vérifier que $M^2 - 5M + 6I = O$.
2. (a) En déduire que $M^{-1} = -\dfrac{1}{6}M + \dfrac{5}{6}I$.
   (b) Calculer M^{-1}.
3. Soit le système (S) : $\begin{cases} 2y + 4z = -1 \\ -x + 3y + 2z = 1 \\ -x + y + 4z = 3 \end{cases}$
   (a) Donner la représentation matricielle du système (S).
   (b) Résoudre le système (S).
4. Soit la matrice $A = M - 2I$.
   (a) Calculer A^2 et A^3.
   (b) En déduire l'expression de A^{2015}.