

Exercice1

Soit $f(x) = e^{-\sqrt{x}} \forall x \in \mathbb{R}_+$.

1) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0.

b) Interpréter graphiquement le résultat .

2) a) Etudier les variations de f .

b) Montrer que f est une bijection de \mathbb{R}_+ sur un intervalle J à préciser.

Expliciter f^{-1} .

3) Tracer C_f et $C_{f^{-1}}$ dans le même repère.

Exercice2

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{2} e^{2x} - 3 e^x + 2x$.

1) Etudier les variations de f .

2) a) Montrer que C_f admet au voisinage de $(-\infty)$ une asymptote oblique D .

b) Etudier la position de C_f et D .

3) Tracer C_f dans un repère orthonormé du plan.

Exercice3

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} x e^{\frac{-1}{x}} & \text{si } x > 0 \\ x^2 e^{-x^2} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

1) Montrer que f est continue sur \mathbb{R} .

2) a) Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} .

b) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

3) Etudier les variations de f .

4) Tracer C_f dans un repère orthonormé du plan.

Exercice4

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x)=\ln(e^x+1)$.

A)1)Etudier les variations de f .

2)Montrer que la droite $D :y=x$ est une asymptote oblique à C_f .

3)Etudier la position de C_f et D .

4)Tracer C_f et D dans un repère orthonormée du plan.

5)a)Montrer que f est une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle J à préciser.

b)Expliciter f^{-1} .

c)Tracer $C_{f^{-1}}$ dans le même repère.

B)On considère la suite (U_n) Définie sur \mathbb{N} par $U_0=0$ et $U_{n+1}=\ln(e^{U_n} + 1)$.

1)Calculer U_1 et U_2 .

2)On pose $V_n = e^{U_n}$.

a)Calculer V_0 ,V_1 et V_2 .

b)Montrer que V est une suite arithmétique .

3)Ecrire V_n en fonction de n puis U_n en fonction de n .

Exercice5

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = xe^{-x}$

1)Etudier les variations de la fonction f et tracer C_f dans un repère orthonormé du plan.

2)Soit la suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par $U_0 =1$ et $U_{n+1} =f(U_n)$ pour tout entier n .

a)Montrer que $0 \leq U_n \leq 1 \forall n \in \mathbb{N}$

b)Etudier la monotonie de la suite U .

c)Montrer que (U_n) est convergente et déterminer sa limite.

Bouzouraa.Anis