

Exercice1

Déterminer le domaine de définition et le domaine de dérivabilité puis calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes.

1) $f(x) = \ln(x+1) - x$ 2) $f(x) = \ln(x^2+3x-4)$ 3) $f(x) = \ln|x^2 + 3x - 4|$.

4) $f(x) = \frac{1}{1+\ln x}$ 5) $f(x) = \frac{\ln x}{1-\ln x}$ 6) $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$.

7) $f(x) = \sqrt{1 + \ln x}$ 8) $f(x) = x^2 e^{-x}$ 9) $f(x) = e^{2x} - 2e^{-2x}$.

10) $f(x) = \frac{e^x - x}{e^x}$ 11) $f(x) = \sqrt{1 - e^x}$ 12) $f(x) = \frac{x}{1-e^x}$ 13) $f(x) = e^{\frac{x+1}{x}}$

Exercice2 Calculer les limites suivantes

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x \ln(\sqrt{x}) + 2)$ 2) $\lim_{x \rightarrow 1^+} (1 - \ln(x-1))$ 3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{1+\ln x}$

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln x)$ 5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 + x^2 - \ln x$

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x^2+1}$

7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \ln(1+\sqrt{x})}{x}$

8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x-1)}{x-1}$

9) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x}$

10) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}$

11) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x}$

12) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - e^{-x})$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^{2x}-1}$

14) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$

15) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + 2x) e^x$

16) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x^2}$

17) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{(x-2)} - 1}{x-2}$

18) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2} - 1}{x^2}$

19) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - x^2)^3 e^{1-x^2}$.

Exercice3

Résoudre dans IR les équations et les inéquations suivantes :

1) $\ln(x) = \ln(x+3)$ 2) $\ln(x+3) = 0$ 3) $\ln(x+2) - \ln(x-3) = 2$ 4) $\ln^2(x) - 3\ln(x) + 2 = 0$.

5) $1 - \ln(x) > 0$ 6) $3\ln(x) - 4 > 0$ 7) $\ln^2(x) - 3\ln(x) + 2 > 0$ 9) $e^{2x} = 2e^x$
 10) $e^{6x+2} + e^{3x+1} = 2$ 11) $3e^{2x} + e^x - 2 = 0$ 12) $2e^x - 4 > 0$ 13) $3e^{2x} + e^x - 2 < 0$

Exercice4 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}_+ par

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x \ln(x) & \text{si } x \in]0, 1[\\ (3 - x)e^{1-x} & \text{si } x \in [1, +\infty[\\ 2 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- 1) Montrer que f est continue sur \mathbb{R}_+ .
- 2) a) Etudier la dérivabilité de f en 1 et à droite en 0.
b) Déterminer le domaine de dérivabilité de f .
- 3) Etudier les variations de f .
- 4) Tracer la (C) de f dans un repère orthonormé du plan.

Exercice5 Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln(e^x - e^{2x})$

- 1) Montrer que f est définie sur $] -\infty, 0[$.
- 2) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
- 3) Dresser le tableau de variation de f .
- 4) a) Montrer que $f(x) = x + \ln(1 - e^x) \quad \forall x \in] -\infty, 0[$.
b) Montrer alors que la droite D d'équation $y = x$ est une asymptote à courbe (C) de f .
- 5) Etudier la position relative de (C) et D .
- 6) Tracer (C) et D dans un repère orthonormé du plan.
- 7) Soit g la restriction de f à l'intervalle : $I =] -\ln 2, 0[$.
a) Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J à déterminer.
b) Montrer que g^{-1} n'est pas dérivable à gauche en $-2\ln 2$
c) Construire la courbe (C') de g^{-1} dans le même repère.
d) Expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

BOUZOURAA.ANIS