



**LYCEE BENGURDEN**  
**MAHDHI Mabrouk**  
**Examen d'évaluation**  
**N°1**



Nom : ..... Prénom : ..... N° : .....

**Exercice N°1 :**

Soit la suite  $U$  définie par :  $U_0 = \frac{1}{3}$  et  $U_{n+1} = \frac{3U_n}{1+2U_n}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ .

1. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  on a :  $0 < U_n < 1$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. Montrer que la suite  $U$  est croissante.

.....  
.....  
.....

3. En déduire que  $U$  est convergente et déterminer sa limite.

.....  
.....  
.....  
.....

4. On pose :  $V_n = \frac{1-U_n}{2U_n}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ .

a. Montrer que  $V$  est une suite géométrique de raison  $q$  qu'on déterminera.

.....  
.....  
.....  
.....

b. Exprimer  $V$  puis  $U$  en fonction de  $n$ .

.....  
.....  
.....

c. Trouver  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

.....  
.....  
.....  
.....

## **Exercice N°2 :**

On considère la suite réelle  $U$  définie par : 
$$\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \frac{U_n^2 + 4}{2U_n} \end{cases}$$

1. Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N} : U_n \geq 2$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. a. Montrer que la suite  $U$  est décroissante.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

b. En déduire que  $U$  est convergente et calculer sa limite.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3. On pose  $\forall n \in \mathbb{N} : V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 2}$ .

a. Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N} : V_{n+1} = (V_n)^2$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

b. Montrer par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N} : V_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{2n}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

c. Exprimer alors  $U$  en fonction de  $n$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Bonne chance.**