L.S :02/03/34 Goubellat **Date : 17/04/2015** **Classe :** 4^{eme} *année* **Prof : Hamdi**	**Devoir de contrôle N°3** **Section : Sciences Expérimentales** **Epreuve : Mathématiques** **Durée : 2h** **Coefficient : 3**

EXERCICE N° 1 (3 Pts)

Indiquer la réponse exacte

1 °) Le volume du solide de révolution engendré par la rotation de

$C = \left\{ M(x, y) \text{ tels que } y = \cos x \text{ et } 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \right\}$ autour de l'axe (X X') est

a °) $\frac{\pi^2}{4}$; b°) $\frac{\pi}{3}$; c °) $\frac{\pi}{4}$

2 °) f une fonction dérivable sur $[a, b]$ et sa fonction dérivée f ' est continue sur $[a, b]$

alors on a $\int_a^b f'(3x)\,dx$ est :

a °) $[3f(3x)]_a^b$; b °) $\left[\frac{1}{3} f(3x)\right]_a^b$; c °) $[f(3x)]_a^b$

3 °) Soit l' équation différentielle (E) :Y' =3Y +3. Une solution f de (E) que s'annule en zéro est

a°) $f(x) = e^{3x} - 1$ b°) $f(x) = e^{3x} + 1$ c°) $f(x) = e^{2x} - 1$

4 °) $\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2+1} = L$ alors on a :

a °) $L = 0$; b °) $L = +\infty$; c °) $L = -\infty$

EXERCICE N° 2 (5.5 Pts)

Dans l'espace E muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ on considere les points A(3,2,6) ;B(1,2,4) et C(4,-2,5)

1 °) a °) Déterminer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b °) En déduire que les points A ; B et C ne sont pas alignés

c °) Calculer le volume de tétreadre OABC

2 °) Soit H le projeté orthogonale du point O sur le plan (ABC)

Montrer que $OH = \frac{4}{3}$

3 °)Soit S la sphère de centre O et passant par A

a °) Justifier que l' intersection de S avec le plan (ABC) est un cercle ξ de centre H

b °) Calculer le rayon du cercle ξ

EXERCICE N° 3 (5.5 Pts)

On considère la fonction F définie sur $[0, \pi]$ par : $F(x) = \int_0^{3\cos x} \sqrt{9 - t^2}\,dt$

1 °) Montrer que F est dérivable sur $[0, \pi]$ et que

$F'(x) = -9\sin^2 x$ pour tout x de $[0, \pi]$

2 °) Calculer $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$

3 °) En déduire que $F(x) = -\frac{9}{2}x + \frac{9}{4}\sin 2x + \frac{9\pi}{4}$

4 °) Calculer $\int_0^3 \sqrt{9 - t^2}\, dt$

5 °) Dresser le tableau de variation de F

EXERCICE N° 4 (6 Pts)

Soit f la fonction définie sur $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ par $f(x)=(\text{Log}(x))^3-3\text{Log}(x)$

1°) a °) Montrer que $f'(x) = \frac{3}{x}\left((\text{Log}(x))^2 - 1\right)$

b °) Tracer la courbe répresentative de f dans un répère orthonormée $(O, \vec{I}, \vec{J})$

2 °) a °) Montrer que f réalise une bijection de $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ sur $[-2,2]$

b °) Tracer la courbe de f^{-1}

3 °) Soit la suite (a_n) définie par $a_n = \int_1^e (\text{Log}(x))^n\, dx$

a °) Calculer a_1

b°) Montrer à l'aide d'une integration par parties que pour tout $n \geq 1$; $a_{n+1}=e-(n+1)a_n$

c°) En déduire que $a_3=6-2e$

4 °) Soit A l'aire de la partie limitée par la courbe de f^{-1} et les droites d'equations $x = -2$ et $x=0$

a °) Calculer $\int_1^e f(x)\, dx$

b °) En déduire A

BONNE CHANCE