

Exercice 1

Choisir la seule réponse exacte

1) Une variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres 3 et $p \in]0,1[$.

F est la fonction de répartition de X . $F(\sqrt{2})$ vaut:

a/ $C_3^1 p^2 (1-p)$. b/ $(1-p)^2(1+2p)$. c/ $1-p^3$.

2) F est la fonction de répartition d'une variable aléatoire Y qui suit la loi uniforme sur $[3,13]$. $F(5)$ vaut:

a/ 0. b/ 0,1. c/ 0,2.

3) La durée de vie T en années d'un engin suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,2$.

Cet engin n'a subi aucune panne au cours des 2 premières années.

La probabilité qu'aucune panne ne survienne avant 5 années est :

a/ e^{-1} . b/ $e^{-0,4}$. c/ $e^{-0,6}$.

4) La distribution de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée ci-contre.

$a \in \mathbb{R}$. L'espérance mathématique est $E(X) = 1,2$. Alors la variance de X est:

a/ $V(X) = 0,16$. b/ $V(X) = 0,76$. c/ $V(X) = 1,6$.

x_i	-1	1	2
p_i	0,2	a	0,3

Exercice 2

Pour des raisons pratiques, la production mensuelle du groupe chimique de l'un des produits qu'il commercialise ne doit pas excéder 10 tonnes. Le groupe a relevé le coût total de production mensuelle en milliers de dinars, noté y en fonction de la production x en tonnes.

Les résultats sont donnés dans le tableau ci-contre.

x	1	2	4	6	8	10
y	32.5	38.5	44.6	48.4	51.1	53.3

1) On a représenté ci-dessous le nuage de points de la série (X, Y) . Indiquer si ce nuage justifie la recherche d'un ajustement affine entre X et Y .

2) a) Calculer la moyenne \bar{X} et l'écart type σ_x de la variable X .

b) Calculer la moyenne \bar{Y} et l'écart type σ_y de la variable Y .

3) On pose $z = e^{0,1y}$.

a) Recopier et compléter le tableau suivant :

x	1	2	4	6	8	10
z	25.79	46.99				

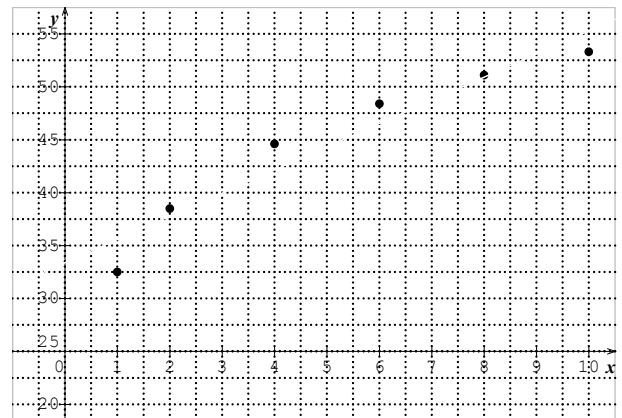
b) Calculer le coefficient de corrélation $r(x, z)$.

Expliquer pourquoi un ajustement affine est justifié.

c) Déterminer une équation de la droite de régression de Z en X .

d) Exprimer y en fonction x .

e) Estimer le coût correspondant à une production de 7 tonnes.



Exercice 3 (bac tech ctrl 2013)

1) Soit la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = x.e^{1-x}$.

a) Montrer que pour tout $x \geq 1$; $f(x) \leq x$ et que pour tout $0 \leq x \leq 1$; $f(x) \geq x$.

b) Vérifier que pour tout $x \in [0, +\infty[$, $f'(x) = (1-x)e^{1-x}$.

c) Dresser le tableau de variation de f sur $[0, +\infty[$.

2) Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a) Montrer que pour tout entier naturel; $0 \leq u_n \leq 1$.

b) Montrer que la suite (u_n) est croissante.

c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} \cdot \ln x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$.

La courbe dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) est notée C . L'unité graphique est 2cm.

1) a) Montrer que f est continue à droite en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat.

c) Préciser la nature de la branche infinie de C en $+\infty$.

2) a) Montrer que $\forall x > 0, f'(x) = \frac{\ln x + 2}{2\sqrt{x}}$.

b) Dresser le tableau de variation de f sur $[0, +\infty[$.

3) a) Montrer que la tangente T à la courbe C au point $A(1,0)$ est d'équation $y = x - 1$.

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)-1$	-	0	-

b) Utiliser le tableau ci-contre pour étudier la position relative de C et T .

c) Tracer la courbe C , sa tangente horizontale, sa demi-tangente au point $O(0,0)$ et la tangente T .

4) Utiliser une intégration par parties pour calculer l'aire en cm^2 du domaine plan D limité par la courbe C , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = e^{-2}$ et $x = 1$. ($x \mapsto \frac{2}{3}x\sqrt{x}$ est une primitive de $x \mapsto \sqrt{x}$)

5) a) Montrer que $\int_{e^{-2}}^1 x \cdot \ln x \cdot dx = \frac{5e^{-4} - 1}{4}$.

b) Calculer alors le volume V du solide de révolution engendré par la rotation de D autour de l'axe (O, \vec{i}) .

Exercice 5

Une urne contient trois dés équilibrés. Deux d'entre eux sont verts et possèdent six faces numérotées de 1 à 6. Le troisième est rouge et possède deux faces numérotées 1 et quatre faces numérotées 6.

On prend au hasard un dé dans l'urne et on le lance. On note :

- V l'évènement : " le dé tiré est vert "
- R l'évènement : " le dé tiré est rouge "
- S_1 l'évènement : " on obtient 6 au lancer du dé "

1) On tire au hasard un dé et on effectue un lancer de celui-ci.

a) Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre:

b) Calculer la probabilité $p(S_1)$.

2) On tire au hasard un dé de l'urne. On lance ensuite ce dé n fois de suite.

On note S_n l'évènement : " on obtient 6 à chacun des n lancers "

a) Démontrer que : $p(S_n) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{6}\right)^n + \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

b) Pour tout entier naturel n non nul, on note p_n la probabilité d'avoir tiré le dé rouge, sachant qu'on a obtenu le numéro 6 à chacun des n lancers.

Démontrer que : $p_n = \frac{1}{2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n + 1}$.

c) Déterminer le plus petit entier n_0 tel que $p_n \geq 0,999$; pour tout $n \geq n_0$.

