




REPUBLIQUE TUNISIENNE  MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION  LYCÉE : BECHRI	EXAMEN DU BACCALAUREAT BLANC SESSION MAI 2014 		
	ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES	DURÉE : 3H	COEFFICIENT : 3
SECTION : SCIENCES EXPÉRIMENTALES		PROFS : LAHMADI+KHYARI	

EXERCICE N° 1

(3 points)

A/ Choisir la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

On s'intéresse à la durée de vie, exprimée en années, d'un appareil ménager avant la première panne. On peut modéliser cette situation par une loi de probabilité p de durée de vie sans vieillissement (loi exponentielle) de paramètre λ , définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$.

① La valeur de t pour laquelle on a $p([0, t]) = p([t, +\infty[)$ est :

- a) $\frac{\ln 2}{\lambda}$ b) $\frac{\lambda}{\ln 2}$ c) $\frac{\lambda}{2}$

② Sachant que cet appareil n'a pas connu de panne au cours des deux premières années après sa mise en service, la probabilité qu'il ne connaisse aucune panne l'année suivante est :

- a) $p([1, +\infty[)$ b) $p([3, +\infty[)$ c) $p([2, 3[)$

③ Soit $\lambda = 0.2$. Dix appareils neufs de ce type ont été mis en service en même temps.

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre d'appareils qui n'ont pas de panne au cours des trois premières années. La valeur la plus proche de $p(X = 4)$ est :

- a) 0.5555 b) 0.8022 c) 0.1607

B/ Répondre par Vrai ou faux. Aucune justification n'est demandée.

① Une suite croissante a toujours une limite

② Toute suite décroissante est majorée

③ Si une suite (U_n) est convergente, alors la suite $\left(\frac{1}{U_n}\right)$ est aussi convergente.

EXERCICE N°2

(4 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{U}, \vec{V}) .

On désigne par A, B et J les points d'affixes respectives : $-i$, $1-i$ et i .

On désigne par Δ la médiatrice du segment $[AB]$ et par (Ω) le cercle de centre O et de rayon 1 .

A tout point M d'affixe z distincte de $1-i$, on associe le point M' d'affixe z' telle que

$$z' = \frac{i(z+i)}{z-1+i}. \quad \text{Le point } M' \text{ est appelé image du point } M.$$

① Calculer les affixes des points A' et O' .

② Faire une figure qui sera complétée tout au long de l'exercice.

③ Montrer que l'équation $z = \frac{i(z+i)}{z-1+i}$ admet deux solutions que l'on précisera.

On note E et F les points qui ont pour affixes respectives ces solutions.

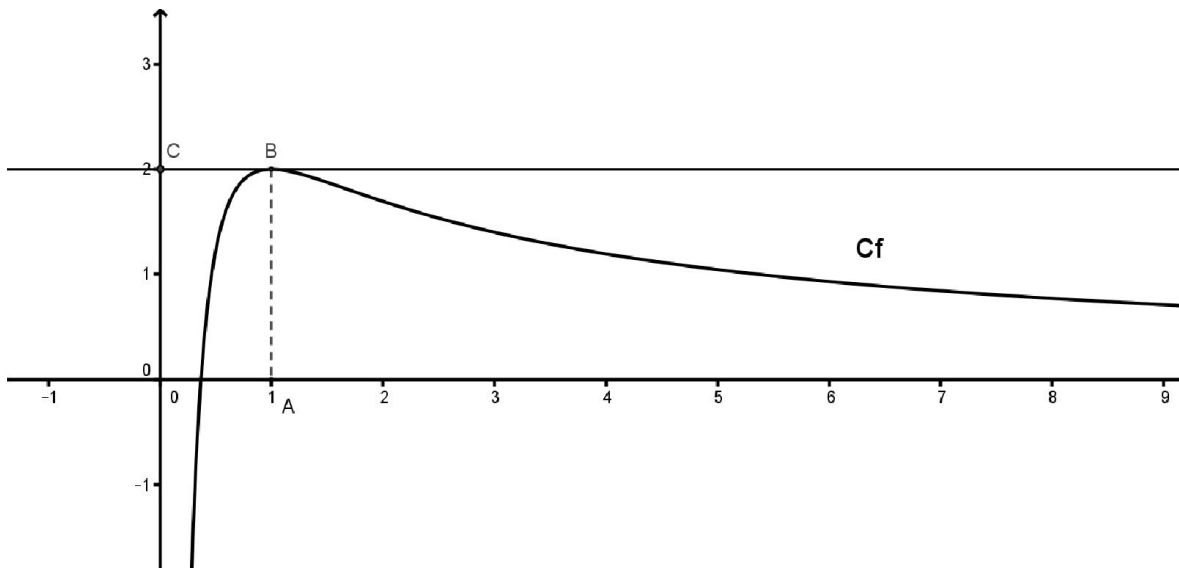
Justifier que les points E et F appartiennent au cercle (Ω) et les placer sur la figure.

- ④ Soit M un point distinct du point B et M' son image.
- Exprimer la distance OM' en fonction des distances AM et BM .
 - Montrer que si le point M décrit la droite Δ , alors le point M' décrit un cercle que l'on précisera.
- ⑤ Montrer que si le point M décrit la droite (AB) privée du point B , alors le point M' appartient à une droite que l'on précisera.

EXERCICE N°3

(5 points)

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé, dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , la courbe représentative C_f d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0, +\infty[$.



On dispose des informations suivantes :

- Les points A , B et C ont pour coordonnées respectives $(1, 0)$, $(1, 2)$ et $(0, 2)$
- La courbe C_f passe par le point B et la droite (BC) est tangente à C_f au point B .
- Il existe deux réels positifs a et b tels que pour tout réel strictement positif x ,

$$f(x) = \frac{a + b \ln x}{x}$$

- ① a) En utilisant le graphique, donner les valeurs de $f(1)$ et $f'(1)$.
- b) Vérifier que pour tout réel strictement positif x , $f'(x) = \frac{(b-a) - b \ln x}{x^2}$
- c) En déduire les réels a et b .
- ② a) Justifier que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0, +\infty[$, $f'(x)$ a le même signe que $-\ln x$.
- b) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$
- c) En déduire le tableau de variation de la fonction f .
- ③ a) Démontrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]0, 1]$.
- b) Par un raisonnement analogue, on démontre qu'il existe un unique réel β de l'intervalle $]1, +\infty[$ tel que $f(\beta) = 1$.

④ Le but de cette question est de démontrer que la courbe C_f partage le rectangle $OABC$ en deux domaines d'aires égales

a) Justifier que cela revient à démontrer que $\int_e^1 f(x) dx = 1$

b) En remarquant que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $\frac{2}{x} + 2 \times \frac{1}{x} \times \ln x$, terminer la démonstration.

EXERCICE N°4

(4 points)

① Une population de poisson d'une certaine espèce croît au cours des années selon la loi :

$g' = \frac{g}{5}$ (1), où g désigne la quantité de poissons (en milliers) dépendant du temps t (en années).

a) Résolvez l'équation différentielle (1).

b) Sachant qu'à la date $t=0$ la population comprend un millier de poissons, trouvez l'expression de $g(t)$.

c) Au bout de combien d'années la population dépassera-t-elle pour la première fois 4 milliers de poissons ?

② En réalité, un prédateur de cette espèce empêche une telle croissance, tuant chaque année une certaine quantité de poissons (dépendant de l'effectif total).

La population suit la loi : $g' = \frac{g}{5} - \frac{g^2}{15}$ (2).

a) On pose $h = \frac{g}{3-g}$ et on suppose que pour tout t on a $g(t) \neq 3$.

Montrer que g est solution de (2) si et seulement si h est solution de (1).

b) Trouvez les fonctions h solutions de (1), puis les fonctions g solutions de (2).

c) Trouvez la fonction g solution de (2) telle que $g(0) = 1$.

d) Vers quelle limite tend la population de poisson ?

EXERCICE N°5

(4 points)

Dans l'espace ξ rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points $A(2,1,1)$

et $I(3,-1,0)$. $P_1 = \{M \in \xi \text{ tel que } MA^2 - \overline{MA} \cdot \overline{MI} = 0\}$.

① a) Vérifier que $A \in P_1$

b) Montrer que P_1 est un plan dont une équation cartésienne est $x - 2y - z + 1 = 0$

② Soit S la sphère de centre I et passant par A .

Vérifier que le rayon de la sphère S est $R = \sqrt{6}$ puis déterminer une équation cartésienne de S .

③ Soit P le plan dont une équation cartésienne est : $2x - y + z - 4 = 0$

a) Montrer que le plan P coupe la sphère S suivant un cercle (C) dont on précisera les Coordonnées de son centre H et son rayon r .

b) Soit le point $B(2,-2,-2)$. Vérifier que $[AB]$ est un diamètre de (C) .

c) Déterminer une équation cartésienne du plan P_2 tangent à S en B .

Bon Travail