Lycée Secondaire Grombalia Prof: Anis Ben Rejeb **Mathématiques**	**Devoir de synthèse** **N°3**	Classe : $4^{ème}$ *sc exp* Durée : 3H Date : 10/05/ 2013

Exercice n°1: (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est correcte. Ecrire le numéro de la question et donner, sans justification, la lettre correspondante à la réponse choisie.

Un commercial vend entre 0 et 4 voitures d'un certain modèle en une semaine. Soit X la variable aléatoire qui, pour une semaine, donne le nombre de voitures vendues. X suit la loi de probabilité ci-dessous :

Nombre de voitures vendues	0	1	2	3	4
P(X=k)		0 .23	0,31	0.15	0,05

1) P(X = 0) est égale à :

a) 0.148 b) 0.74 c) 0.26

2) La probabilité de vendre au moins deux voitures en une semaine est égale à :

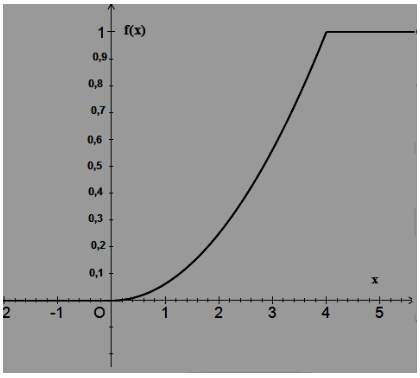
a) 0.49 b) 0.51 c) 0.31

3) L'espérance du nombre de voitures vendues en une année (c'est à dire 52 semaines) est égale à :

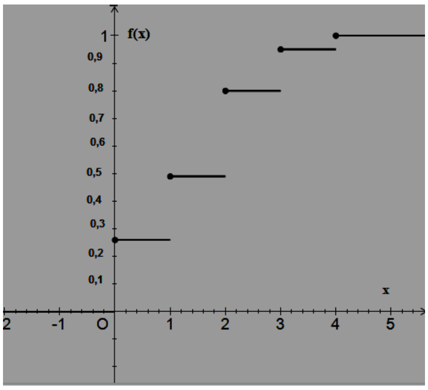
a) 1,5 b) 78 c) 52

4) une représentation graphique de la fonction de répartition f de cette loi est:

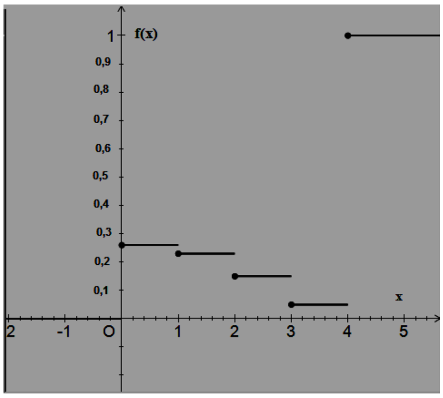
a)



b)



c)



Exercice n°2: (3points)

1) Résoudre l'équation différentielle (E_0): $y'-3y=0$

2) On donne l'équation différentielle (E): $y'-3y=\cos x\, e^{3x}$.

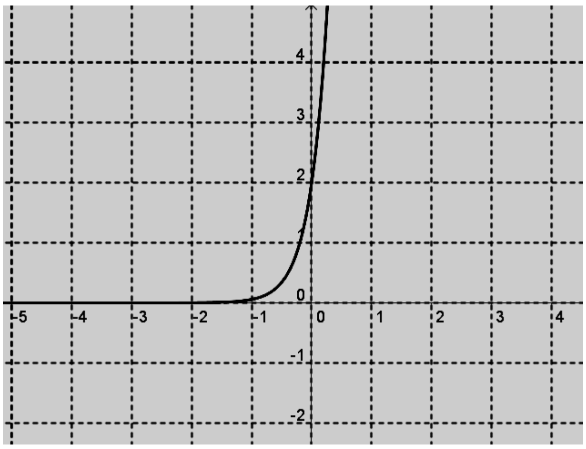
a) Montrer que la fonction h définie sur IR par $h(x)=\sin x\, e^{3x}$ est une solution de l'équation (E).

b) Montrer qu'une fonction f est une solution de (E) si et seulement si la fonction $(f-h)$ est une solution de (E_0).

c) En déduire les solutions de (E).

3) Déterminer la solution f_0 de (E) qui s'annule en $\frac{\pi}{4}$.

4) Déterminer la solution f_1 de (E) dont sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ est le graphique ci-contre :



Exercice n°3: (6points)

I Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=2x^3-1+2\ln x$

1) Dresser le tableau de variation de g .

2) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution réel α qui vérifie $0,8 \prec \alpha \prec 0,9$.

3) En déduire le signe de $g(x)$.

II La fonction f est définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=2x-\dfrac{\ln x}{x^2}$.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Justifier que $f'(x)$ a le même signe que $g(x)$ sur $]0,+\infty[$.

2) Dresser le tableau de variation de f .

3) a) Montrer que la droite $\Delta : y=2x$ est une asymptote oblique de C_f .

b) Etudier la position relative de C_f et Δ.

4) Tracer Δ et C_f .

III Soit n un entier naturel non nul.

Soit A_n l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C_f , la droite Δ et les deux droites d'équations $x=n$ et $x=1$

1) A l'aide d'une intégration par partie écrire l'expression de A_n en fonction de n .

2) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n$.

Exercice n°4: (4 points)

Craignant une propagation d'une grippe infectieuse , un service de santé d'une ville de 50000 habitants a relevé le nombre de consultations hebdomadaires concernant cette grippe dans cette ville pendant 7 semaines . Ces semaines ont été numérotées de 1 à 7.

On désigne par : x_i les rangs successifs des semaines et par y_i le nombre de consultations correspondant :

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	540	720	980	1320	1800	2420	3300

1) Représenter le nuage des points associé à la série statistique $(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal .On prendra comme unités : 1 cm pour une unité en x et 1 cm pour 200 en y.

2) Justifier pourquoi on peut envisager un ajustement affine.

3) Déterminer l'équation $y = ax + b$ de la droite (D) d'ajustement affine de Y en X par la méthode des moindres carrés.

4) Le nombre de consultations hebdomadaires concernant cette grippe pendant la dixième semaine est de 8090 visites. Expliquer pourquoi ce modèle d'ajustement affine a été rejeté par le service de santé.

5) Pour effectuer un ajustement exponentiel, on décide de considérer les $z_i=\ln(y_i)$ à 0,01 prés on donne le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i=\ln(y_i)$	6,29	6,58	6,89	7,19	7,50	7,79	8,80

a) Donner la droite de régression de Z en X par la méthode des moindres carrés.

b) En déduire que $Y=e^{(0,3X+c)}$ avec c un réel à déterminer.

c) En utilisant ce modèle donner une estimation du nombre de consultations hebdomadaires concernant cette grippe pendant la dixième semaine. Conclure.

d) Déterminer la semaine à partir de laquelle le nombre de consultations dépassera le quart de la population.

Exercice n°5: (4 points)

Mohamed fabrique, en amateur, des appareils électroniques. Il achète pour cela, dans un magasin, des composants tous identiques en apparence, mais dont certains présentent un défaut. On estime que la probabilité qu'un composant soit défectueux est égale à **0,02**.

Les parties A et B sont indépendantes.

On donnera tous les résultats de l'exercice sous la forme d'une valeur approchée à 10^{-2} prés .

Partie A

On admet que le nombre de composants présentés dans le magasin est suffisamment important pour que l'achat de 50 composants soit assimilé à 50 tirages indépendants avec remise, et on appelle X le nombre de composants défectueux achetés. **Mohamed achète 50 composants.**

1) Quelle loi de probabilité suit la variable aléatoire X ?
2) Quelle est la probabilité qu'exactement deux des composants achetés soient défectueux ?
3) Calculer la probabilité qu'au moins un des composants achetés soit défectueux ?
4) Quel est dans un lot de 50 composants achetés, le nombre moyen de composants défectueux ?

Partie B

On suppose que la durée de vie T_1 (en heures) de chaque composant défectueux suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda_1 = 0,0005$ et que la durée de vie T_2 (en heures) de chaque composant non défectueux suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda_2 = 0,0001$

1) Calculer $P(T_1 \geq 1000)$ et $P(T_2 \geq 1000)$.
2) Calculer la probabilité qu'un composant acheté au hasard soit encore en état de marche après 1000 heures de fonctionnement. (on peut utiliser un arbre pondéré)
3) Sachant que le composant acheté est encore en état de marche 1000 heures après son installation, quelle est la probabilité que ce composant soit défectueux ?

Bon travail !