

**Exercice 1 (5points)**

1) Déterminer les réels  $a$  et  $b$  tels que :  $\frac{2}{x^2 + 2x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+2}$  . (1pt)

En déduire la valeur de :  $I = \int_1^2 \frac{2}{x^2 + 2x} dx$

2) On donne  $J = \int_0^1 \sqrt{3x+1} dx$  et  $K = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$  ; calculer  $J$  et  $K$ .

**Exercice 2 (5points)**

On donne la fonction  $f$  définie par  $f(x) = (x^2 - 1)e^{-3x}$

Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que la fonction  $F$  définie sur  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  par

$F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-3x}$  soit une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**Problème (10points)**

A/ Soit la fonction  $f : x \mapsto e^{2x} - 2e^x$

- 1) Déterminer  $D_f$  (0,5pt)
- 2) Dresser le tableau de variation de  $f$ . (1pt)
- 3) Donner une équation de la tangente (T) à  $C_f$  au point d'abscisse :  $-\ln 2$  . (0,75pt)
- 4) On donne  $g(x) = f(x) + \frac{1}{2}(x + \ln 2) + \frac{3}{4}$ 
  - a) Déterminer  $g'(x)$  et  $g''(x)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ . (1pt)
  - b) Déterminer le signe de  $g''(x)$ , le signe de  $g'(x)$  et celui de  $g(x)$ . (0,75pt+0,5pt)
  - c) Donner la position de (T) par rapport à  $C_f$ . (0,5pt)

B / Soit la fonction  $h$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $h(x) = -x^2 + 1 - \ln x$

1)a) Dresser le tableau de variation de  $h$  et calculer  $h(1)$  . (1pt)

b) Déterminer le signe de  $h(x)$  suivant les valeurs de  $x$ . (1pt)

2) Soit la fonction  $v$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $v(x) = -\frac{1}{2}x + 1 + \frac{\ln x}{2x}$ .

a) Etudier les variations de  $v$  et dresser son tableau de variation. (1pt)

b) Montrer que la droite (D) :  $y = -\frac{1}{2}x + 1$  est une asymptote à  $C_f$  (1pt)

c) Tracer  $C_f$  . (1pt)