

**Exercice n°1 : (3 points)**

**Choisir l'unique bonne réponse et sans justification**

1) Un pièce électronique présente deux défauts A et B indépendants et tel que  $p(A) = 0,3$  et  $p(B) = 0,5$  alors la probabilité que la pièce présente le défauts A sachant qu'elle présente déjà le défaut B égal à :

- a) 0,15                      b) 0,3                      c) 0,5

2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x} - x}{e^{-x} + 1}$  égal à :

- a)  $-\infty$                       b) 0                      c)  $+\infty$

3) L'ensemble des solutions dans IR de l'équation :  $e^{2x} - e^x - 2 = 0$  :

- a)  $\{\ln 2\}$                       b)  $\{-1, \ln 2\}$                       c)  $\{-1, 2\}$

**Exercice n°2 : (6points)**

Dans un magasin d'électroménager, on s'intéresse au comportement d'un client.

La probabilité pour qu'il achète un téléviseur est de 0,6.

La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il a acheté un téléviseur est de 0,4.

La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il n'a pas acheté de téléviseur est de 0,2.

On note T le client achète un téléviseur et M le client achète un magnétoscope.

- 1) Construire un arbre de probabilisé modalisant la situation.
- 2) Calculer la probabilité de ces événements :
  - a) Le client achète un téléviseur et un magnétoscope.
  - b) Le client achète un magnétoscope.
  - c) Le client n'a rien acheté.
  - d) Le client achète un téléviseur sachant qu'il a acheté un magnétoscope.
  - e) Le client n'a pas acheté un téléviseur sachant qu'il n'a pas acheté un magnétoscope.

**Exercice n°3 : (5 points)**

On met 100 gramme du sucre dans l'eau. Après t secondes on note g(t) la masse du sucre restante dans l'eau. On suppose que g est une solution l'équation différentielle ( $E_0$ ):  $y' + y = 0$ .

- 1) a) Résoudre dans IR l'équation différentielle ( $E_0$ ).
- b) Déterminer l'expression de g(x).
- c) Déterminer le temps nécessaire pour que 10 gramme seulement reste dans l'eau.
- d) On suppose que le sucre devient invisible si sa masse est inférieure ou égal à 0,1 gramme. Déterminer le temps nécessaire pour que le sucre soit invisible.

2) Soit l'équation différentielle (E) :  $y' + y = e^{-x}$ .

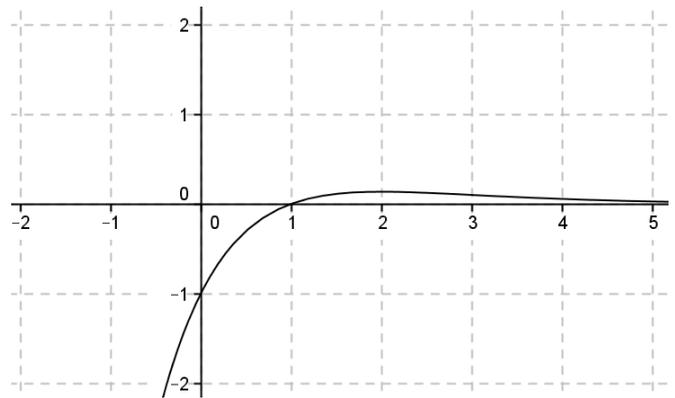
Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x-1)e^{-x}$  et (C) sa courbe ci contre représentée dans un repère orthonormé directe.

- a) Vérifier que  $f$  est une solution de (E).  
 b) Soit un réel  $\beta > 1$  et soit  $A(\beta)$  l'aire de la partie du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x=1$  et  $x = \beta$

1) En utilisant 2)a) vérifier que :

$$A(\beta) = -f(\beta) - e^{-\beta} + e^{-1}$$

2) Calculer  $\lim_{\beta \rightarrow +\infty} A(\beta)$ .



### **Exercice n°4 : (6 points)**

Soit la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = e^x + x + 1$

- 1) a) Étudier les variations de  $g$ .  
 b) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet dans  $\mathbb{R}$  une unique solution  $\alpha$  puis vérifier que  $-1,28 < \alpha < -1,27$ .  
 c) Dresser le tableau de signe de  $g(x)$ .

2) Soit la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$ . On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

a) Montrer que  $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$

- b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .  
 c) Montrer que la droite  $D : y = x$  est une asymptote à la courbe de  $f$  au voisinage de  $+\infty$ .  
 d) Montrer que  $f(\alpha) = \alpha + 1$   
 e) Construire (C) et D dans un repère orthonormé.

3) Soit la partie du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation  $x = 1$  et  $x = 1$ .

a) Montrer que pour tout  $x \in [0, 1]$  on a :  $\frac{1}{e+1} xe^x \leq f(x) \leq \frac{e^x}{e^x + 1}$

b) par une intégration par partie calculer  $\int_0^1 xe^x dx$

c) Dédurre que :  $\frac{1}{e+1} \leq A \leq \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$

**Bon travail**