LYCEE PRIVE EL GUERMESSI

AVRIL 2011

MATHEMATIQUES

Sciences expérimentales

Durée de l’épreuve : 2 heures.

L’utilisation d’une calculatrice est autorisée

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l’appréciation des copies

EXERCICE-1-

1)L'espace est rapporté au repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

On considère les points : A(2 ; 1 ; -1), B(-1 ; 2 ; 4), C(0 ; -2 ; 3), D(1 ; 1 ; -2) et le plan P d'équation : $x-2y+z+1=0$.

Pour chacune des huit affirmations suivantes, dire, sans justifier, si elle est vraie ou si elle est fausse.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et l'un des deux mots ***VRAI*** *ou* ***FAUX.***

1. Affirmation 1 : les points A, B et C définissent un plan.
2. Affirmation 2 : la droite (AC) est incluse dans le plan .
3. Affirmation 3 : une équation cartésienne du plan (ABD) est : $x+8y-z-11=0$.
4. Affirmation 4 : une représentation paramétrique de la droite (AC) est : $\begin{cases} x=2k \\ y=2+3k \\ z=3-4k \end{cases}$;k ∈□
5. Affirmation 5 : les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.
6. Affirmation 6 : la distance du point C au plan P est égale à $4\sqrt{6}$.
7. Affirmation 7 : la sphère de centre D et de rayon $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ est tangente au plan P .
8. Affirmation 8 : le point $E\left(-\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{3}\right)$ est le projeté orthogonal du point C sur le plan P .

2) Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué .

1. La valeur moyenne sur l'intervalle [- 1 ; 2] de la fonction définie par $f(x)=6x^2+3$ est :

   $\boxed{-8}$ $\boxed{0}$ $\boxed{9}$

2. Soit la fonction définie sur l'intervalle]0 ; + ∞[par $g(x)=\ln\left(\dfrac{2}{x}\right)$. La limite de la fonction

   g en + ∞ est égaie à : $\boxed{-\infty}$ $\boxed{0}$ $\boxed{1}$

3. L'ensemble des solutions dans de l'inéquation $\ln(3-x)\leq 0$ est l'intervalle :

   $\boxed{[3;+\infty[}$ $\boxed{[2;3[}$ $\boxed{[2;+\infty[}$

4. Pour tous réels a et b strictement positifs. $\ln(ab)-\ln(a^2)$ est égal à :

   $\boxed{\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)}$ $\boxed{\ln(b-a)}$ $\boxed{\dfrac{\ln b}{\ln a}}$

EXERCICE-2-

Soient les deux intégrales définies par : $I=\int_0^{\pi} e^x \sin x\, dx$ et $J=\int_0^{\pi} e^x \cos x\, dx$

1) Montrer que : $I=-J$ (Utiliser la formule d'integration par parties : $u(x)=\sin x$ et $v'(x)=e^x$)
2) Montrer que : $I=J+e^{\pi}+1$ (Utiliser la formule d'integration par parties : $u(x)=e^x$ et $v'(x)=\sin x$)
3) En déduire les valeurs exactes de I et de J.

EXERCICE-3-

Dans l'éspace rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$, on donne les points $A(3;-3;0)$, $B(-3;-3;8)$, $C(0;-6;0)$, le plan $P: x+2y-2z+5=0$ et l'ensemble :

$$S=\{M(x;y;z) \text{ de l'espace tel que } x^2+y^2+z^2+6y-8z=0\}$$

1) Montrer que S est une sphère de centre $I(0;-3;4)$ et de rayon $R=5$.
2) Déterminer une représentation paramétrique de la droit Δ passant par I et perpendiculaire à P. En déduire les coordonnées du point H intersection de P avec Δ.
3) Montrer que P coupe S selon un cercle ζ dont on précisera le centre et le rayon.
4) Montrer que OABC est un tétraèdre inscrit dans S.
5) Calculer le volume du tétraèdre OABC.

EXERCICE-4-

Soient $f(x)=x(\ln x-1)$ définie sur $]0;+\infty[$ et ζ_f sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
2) Calculer f' et en déduire le tableau de variation de f sur $]0;+\infty[$.
3) Soit I le point d'intersection de ζ_f et l'axe des abscisses, déterminer les coordonnées de I. Ecrire l'équation de la tangente T à ζ_f au point I.
4) Construire ζ_f et T.
5) Soit h la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $h(x)=x\ln x$.
   a) Montrer que $H(x)=\frac{1}{2}x^2\ln x-\frac{1}{4}x^2$ est une primitive de la fonction h sur $]0;+\infty[$,
   b) En déduire une primitive F de f et calculer $\int_1^e f(x)dx$,
   c) En déduire l'aire,en unité d'aire, de la partie du plan délimiteé par ζ_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$. On arrondira le résultat au dixième.