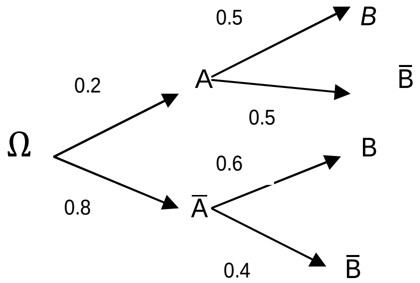
Lycée Thélèpte

Avril 2012

Corretion du devoir de controle n°3

Niveau :4 éme Sciences experimentales
Epreuve : Mathématiques
Prof : Mhamdi Abderrazek

Exercice n°1 :



1). *Voir l'arbre ci-contre*

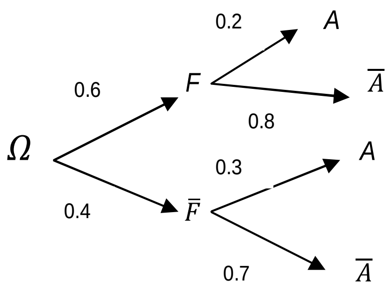
2).i). *p(A∪B)=1-p($\bar{A}\cap\bar{B}$)=1-0.4x0.8=0.68.*

ii). $p(B) = p_A(B).p(A) + p_{\bar{A}}(B).p(\bar{A}) = 0.1 + 0.48 = 0.58$

iii). $p_B(A) = \frac{p(B\cap A)}{p(B)} = \frac{0.1}{0.58} = \frac{10}{58}$

3). On a p(A).p(B)≠ p(A∩B) signifie A et B ne sont pas indépendants.

Exercice n°2 :



1). *Cette situation est donnée par*

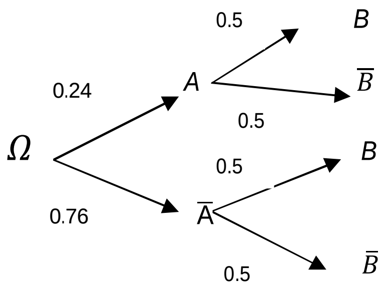
l' arbre ci-contre :

a). p_1*=1-p(F)=1-0.6=0.4*

b). p_2*=p(A∩F)=* $p_F(A).p(F)$*=0,2x0.6=0.12.*

c). p_3*= p(A∩ $\bar{F}$)=* $p_{\bar{F}}(A).p(\bar{F})$*=0.3x0.4=0.12.*

2). *p(A)=* $p_F(A).p(F) + p_{\bar{F}}(A).p(\bar{F})$*=0.12+0.12=0.24.*



1). *Cette situation est donnée par*

l' arbre ci-contre :

a).i). *p(C)= p(A∩B)=* $p_A(B).p(A)$*=0.12.*

ii).p(D)= p($\bar{A} \cap B$) = $p_{\bar{A}}$ (B).p($\bar{A}$)=0.38.

b). p(B)= p_A(B).p(A)+ $p_{\bar{A}}$ (B).p($\bar{A}$)=0.12+0.38=0.5.

4).a). $p_B(A)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}=\frac{0.12}{0.5}=0.24.$

b). $p_{\bar{B}}(A)=\frac{p(A\cap \bar{B})}{p(\bar{B})}=\frac{0.24x0.5}{0.5}=0.24.$

Exercice n°3 :

1). $I_0=\int_1^e f_0(x)\,dx=\int_1^e \ln(x)\,dx=[x\ln(x)-x]=\boxed{1}$

. $I_1=\int_1^e f_1(x)\,dx=\int_1^e x\ln(x)\,dx.$ $\quad$ *on pose* $\begin{cases} u(x)=\ln(x) \\ v'(x)=x \end{cases}$ alors $\begin{cases} u'(x)=\frac{1}{x} \\ v(x)=\frac{x^2}{2} \end{cases}$

$I_1=[\frac{x^2}{2}\ln(x)]_1^e-\int_1^e \frac{x^2}{2x}dx=\frac{e^2}{2}-\frac{1}{2}[\frac{x^2}{2}]_1^e=\boxed{\frac{e^2+1}{4}}$

. $I_2=\int_1^e f_2(x)\,dx=\int_1^e x^2\ln(x)\,dx.$ $\quad$ *on pose* $\begin{cases} u(x)=\ln(x) \\ v'(x)=x^2 \end{cases}$ alors $\begin{cases} u'(x)=\frac{1}{x} \\ v(x)=\frac{x^3}{3} \end{cases}$

$I_2=[\frac{x^3}{3}\ln(x)]_1^e-\int_1^e \frac{x^3}{3x}dx=\frac{e^3}{3}-\frac{1}{3}[\frac{x^3}{3}]_1^e=\boxed{\frac{2e^3+1}{9}}$

2). a). $I_{n+1}-I_n=\int_1^e x^n\ln(x)(x-1)\,dx\geq 0$*(car* $x^n\geq 0$ *et* $\ln(x)\geq 0$ *et* $(x-1)\geq 0\ \forall$ *x∈[1 ;e])*

d 'où $I_{n+1}\geq I_n$ *donc* (I_n) *est croissante.*

3). $I_n=\int_1^e f_n(x)\,dx=\int_1^e x^n\ln(x)\,dx.$ $\quad$ *on pose* $\begin{cases} u(x)=\ln(x) \\ v'(x)=x^n \end{cases}$ alors $\begin{cases} u'(x)=\frac{1}{x} \\ v(x)=\frac{x^{n+1}}{n+1} \end{cases}$

$I_2=[\frac{x^{n+1}}{n+1}\ln(x)]_1^e-\int_1^e \frac{x^{n+1}}{(n+1)x}dx=\frac{e^{n+1}}{n+1}-\frac{1}{n+1}[\frac{x^{n+1}}{n+1}]_1^e=\frac{n\,e^{n+1}+1}{(n+1)^2}$

b).*On pose x=n+1 ;*$\lim_{n\to+\infty} I_n=\lim_{x\to+\infty}(x-1)\frac{e^x}{(x)^2}+\lim_{x\to+\infty}(x-1)\frac{1}{(x)^2}=+\infty.$

c).*Supposons que* (I_n) *est majorée , on aura* (I_n) *est convergente car* (I_n) *est croissante ce qui est absurde car* $\lim_{n\to+\infty} I_n=+\infty$ *d'où* (I_n) *n'est pas majorée.*

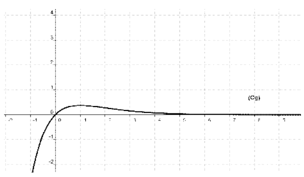
Exercice n°4 :

1).a).g '(x)=e^{-x}-xe^{-x} =(1-x) e^{-x}

$\lim_{x\to+\infty} g(x)=0$

$\lim_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$

x	-∞	1	+∞
g '(x)	+	0	-
g	-∞ ↗	e^{-1}	↘ 0



b).

c). $A=\int_0^1 g(x)dx=\int_0^1 x\,e^{-x}\,dx$. on pose $\begin{cases} u(x)=x \\ v'(x)=e^{-x}\end{cases}$ alors $\begin{cases} u'(x)=1 \\ v(x)=-e^{-x}\end{cases}$

A$=[-x\,e^{-x}]_0^1-\int_1^e -e^{-x}\,dx=-e^{-1}+[-e^{-x}]_0^1=-e^{-1}+(-e^{-1}+1)=1-2e^{-1}$ **u.a.**

2).a). *Soit g la fonction définie sur IR par g(x)=* $e^x - x$

On a g'(x)= e^x-1

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
g		$\searrow$	1	$\nearrow$	

On a 1 est un minimum global de g donc g(x)≥1 d'où g(x) > 0

Signifie $e^x - x > 0$ *signifie* $e^x > x$, $\forall x \in IR$, *d' où* $e^x \neq x$, $\forall x \in IR$.

b). *On a* $e^x \neq x$, $\forall x \in IR$, *signifie* $e^x - x \neq 0$ *signifie f est définie sur IR*

.On a la fonction $x \longmapsto e^x$ *est dérivable sur IR*

la fonction $x \longmapsto e^x - x$ *est dérivable sur IR et* $e^x - x \neq 0$, $\forall x \in IR$.

d' où f est dérivable sur IR

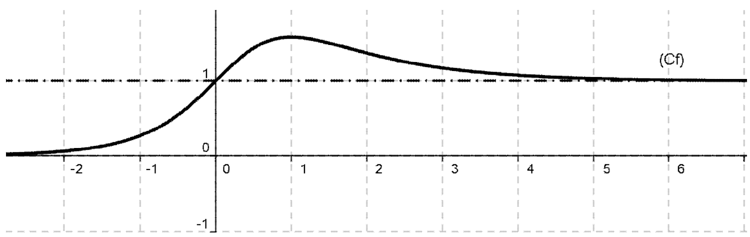
c). $f'(x)=\dfrac{e^x(e^x-x)-e^x(e^x-1)}{(e^x-x)^2}=\dfrac{e^x(1-x)}{(e^x-x)^2}$

On a $f(1)=\frac{e}{e-1}$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	0	$\nearrow$	$\dfrac{e}{e-1}$	$\searrow$	1

d).



BON TRAVAIL