

Prof : M <sup>r</sup> AFLI EZZEDDINE	BAC BLANC MATHEMATIQUES	NIVEAU : 4 <sup>ème</sup> sc Durée : 3 heures
--------------------------------------	----------------------------	--

**EXERCICE N°1 ( 4.5 PTS )**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{U}; \vec{V})$

On considère les points A ; B ; C et D d'affixes respectives  $a = 1 + i$  ;  $b = \sqrt{3} - i$

$c = \sqrt{3} + 1 + i(\sqrt{3} - 1)$  et  $d = 1 + i\sqrt{3}$

1) donner les formes trigonométriques de a ; b et d

2) montrer que :  $(1 + i\sqrt{3})^{24} + (1 - i\sqrt{3})^{24} = 2^{25}$

3)a ) vérifier que :  $b + d = c$  et  $ac = 2d$

b) montrer que OBCD est carré

c) écrire la forme trigonométrique de c

d) déduire les valeurs exactes de  $\cos(\frac{\pi}{12})$  et  $\sin(\frac{\pi}{12})$

4) à tout point M d'affixe z distinct de A on associe le point M' d'affixe  $z' = \frac{z - ib}{z - a}$

a) déterminer l'ensemble des points M tel que z' soit réel

b) déterminer l'ensemble des points M' lorsque M décrit la médiatrice du segment [AD]

**EXERCICE N° 2 ( 05 PTS )**

une caisse d'assurance maladie propose à ses affiliés une modalité d'hospitalisation m . les employés d'une entreprise sont tous affiliés à cette caisse d'assurance et on sait que le  $\frac{1}{3}$  des employés choisissent la modalité m.

- parmi les employés qui ont choisi la modalité m , 80 % sont atteints d'une maladie chronique

- parmi les employés qui n'ont pas choisi la modalité m , 75 % sont atteints d'une maladie chronique

On choisit un employé au hasard et on considère les événements suivants :

M « l'employé choisit la modalité m » et C « l'employé est atteint d'une maladie chronique »

1a) déterminer les probabilités suivantes :  $p(M)$  ;  $p(C/M)$  et  $p(C/\bar{M})$

b) construire un arbre pondéré décrivant cette situation

2a) calculer la probabilité que cet employé ait choisi la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique

b) calculer la probabilité que cet employé n'ait pas choisit la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique

c) en déduire  $p(C)$

3) soit l'événement E « l'employé choisit la modalité m sachant qu'il est atteint d'une maladie chronique ». montrer que  $p(E) = \frac{8}{23}$

### **EXERCICE N°3 ( 07 PTS )**

On considère la fonction f définie sur  $[0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{e^x - 1}{xe^x + 1}$  et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé

I) soit la fonction g définie sur  $[0; +\infty[$  par  $g(x) = x + 2 - e^x$

1a) dresser le tableau de variation de g

b) montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  et vérifier que :  $1,14 < \alpha < 1,15$

2) déduire le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de x

II) 1a) montrer que pour tout  $x \in [0; +\infty[$   $f'(x) = \frac{e^x}{(xe^x + 1)^2} g(x)$

b) déduire le sens de variation de f sur  $[0; +\infty[$

2a) montrer que pour tout  $x \in [0; +\infty[$   $f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{x + e^{-x}}$

b) déduire la limite de f en  $+\infty$  et interpréter graphiquement le résultat

3) établir que  $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha + 1}$  et déduire un encadrement de  $f(\alpha)$

4) déterminer une équation de la tangente T à (C) en 0

5)a) vérifier que  $f(x) - x = \frac{(x+1)U(x)}{xe^x + 1}$  avec  $U(x) = e^x - xe^x - 1$

b) étudier le sens de variation de la fonction U

c) déduire la position relative de (C) et T

6) tracer T et (C)

### **EXERCICE N°4 ( 3.5 PTS )**

(Tous les résultats seront arrondis à  $10^{-2}$  près)

Le tableau suivants donne l'évolution du pourcentage des logiciels piratés dans un pays

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Rang $X_i$	0	1	2	3	4	5
pourcentage $Y_i$	85	78	73	66	57	51

- 1) représenter le nuage de points de la série  $(X ; Y)$  dans un repère orthogonal
- 2a) calculer les coordonnées du point moyen  $G$  et placer le .
- b) calculer  $V(X)$  ;  $\sigma(Y)$  et  $COV(X ; Y)$
- 3) on pose  $Z = \ln(Y)$ 
  - a) dresser un tableau donnant les valeurs de  $X_i$  et  $Z_i$
  - b) calculer le coefficient de corrélation entre  $X$  et  $Z$  et interpréter le résultat
  - c) donner l'équation de la droite de régression de  $Z$  en  $X$  par la méthode des moindres carrés
  - d) déduire deux réels  $a$  et  $b$  tel que :  $Y = a e^{bx}$
  - e) déduire une estimation du pourcentage des logiciels piratés en 2012

Bon travail

**Vers la faculté**