Lycée : Mateur　　　　　Epreuve : **Mathématiques**　　　　　Mr : Amri Lotfi

06-03- 2012　　　　　**Devoir de synthèse N°2** (3 heures)　　　　　3e Maths

N.B : Le sujet comporte 4 pages

: Il sera tenu compte de la bonne rédaction et de la présentation de la copie

Exercice N°1 : (4points)

Pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule réponse est correcte.

Indiquez le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

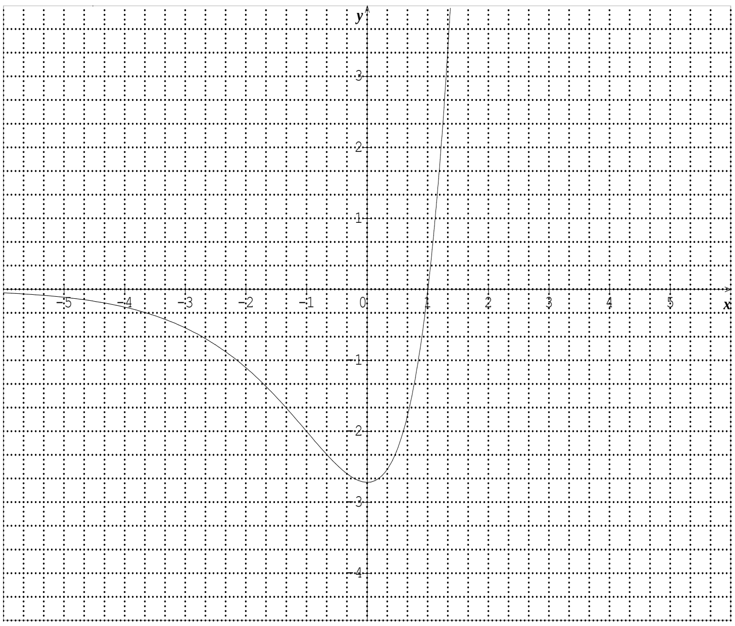
1) Soit z un nombre complexes vérifiant $|z|+2\bar{z} = 11 + 8i$ alors l'écriture cartésienne de z est : 1

a) 4 + 3i　　　　b) z = 3 – 4i　　　　c) z = 3 + 4i

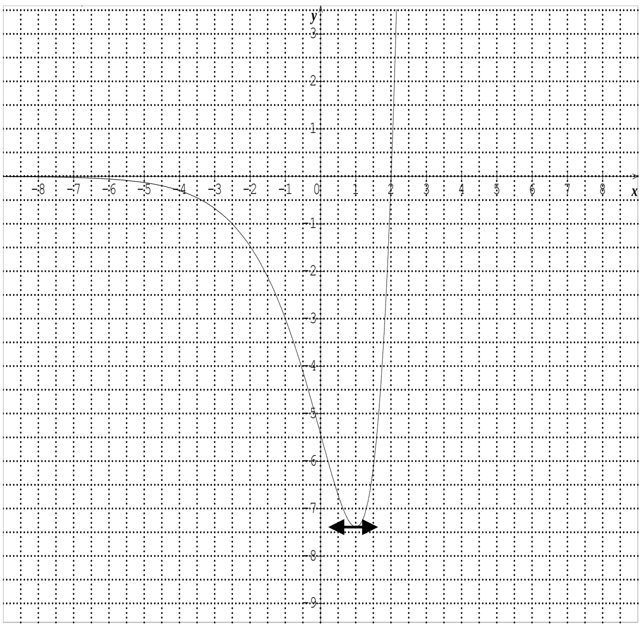
2) Si $\frac{\pi}{3}$ est un argument de z alors un argument de $\frac{iz}{z}$ est : 1

a) 0　　　　b) π　　　　c) $\frac{\pi}{2}$

3) On donne les courbes représentatives de deux fonctions f et g définies sur IR



courbe de f



courbe de g

Alors on a :

a) Les fonctions f et g ont même sens de variation sur IR 1

b) La fonction f est la dérivée de la fonction g sur IR

c) La fonction g est la dérivée de la fonction f sur IR

4) Soit f une fonction tel que I(-1 ;2) est un centre de symétrie de sa courbe représentative dans un repère (O ;$\vec{i}$;$\vec{j}$) alors on a : 1

a) f(x) + f(x – 2) = 4   b) f(-x – 2) + f(x) = 4   c) f(x) – f(-x- 2) = 4

<u>Exercice N°2</u>:(5points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}$;$\vec{v}$) . On considère les points A , B et C d'affixes respectives : $Z_A = -1 - i$, $Z_B = -1 + i\sqrt{3}$ et $Z_C = \sqrt{3} - i$

I) 1) Placer les points A , B et C 0.5

2) Montrer que ABC est un triangle rectangle 0.5

3) Donner l'écriture cartésienne des nombres complexes Z_A^2 et $\frac{Z_A}{Z_B}$ 0.5

II) 1) Déterminer une écriture trigonométrique de chacun des nombres complexes Z_A , Z_B et Z_C 0.75

2) Déterminer une écriture trigonométrique du nombre complexe $\frac{Z_A}{Z_B}$ 0.5

3) En déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{7\pi}{12})$ et $\sin(\frac{7\pi}{12})$ 0.5

III) 1) a) Montrer que OB = OC 0.25

b) Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{OC} ;\overrightarrow{OB})$ 0.25

2) Montrer que B est l' image de C par une rotation que l'on précisera 0.5

IV) Déterminer et construire chacun des ensembles suivants : 0.75

E = { M(z) ∈ P tel que $|z + 1 + i| = 2$ }

F = { M(z) ∈ P tel que $|iz + \sqrt{3} + i| = |\sqrt{3} - i|$

<u>Exercice N°3</u> : (4points)

Dans un plan orienté, on considère un triangle ABC rectangle est isocèle en A tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$. On désigne par I le milieu de [BC]

Et par Δ la droite passant par C et perpendiculaire à (BC) et par K le point d'intersection de Δ et (AB) et J = C $*$ K

1) Faire une figure **0.5**

2) Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

a) Déterminer R(B) , R((AC)) et R((BC)) **0.75**

b) En déduire R(C) et R(I) **0.5**

3) Soit $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit au triangle ABC . Déterminer et construire $\mathscr{C}'$ image de $\mathscr{C}$ par la rotation R puis déterminer $\mathscr{C} \cap \mathscr{C}'$ **0.5**

4) Soit E = { M ∈ P tel que $(\widehat{\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}}) \equiv \frac{-3\pi}{4}\ [2\pi]$ }

a) Déterminer l'ensemble E **0.5**

b) Soit M ∈ E et M' = R (M) . Déterminer l'ensemble des point M' lorsque M varie. **0.5**

c) Montrer que (BM) ⊥ (CM') et que IM = JM' **0.75**

<u>Exercice N°4</u> : (7points)

Soit f la fonction définie sur IR\{2} par f(x) = $\frac{2x^2-4x-1}{x-2}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i};\vec{j}$)

1) Déterminer les limites de f au bornes de son domaine de définition 1

2) Soient a ; b et c trios réels tel que f(x) = ax + b + $\frac{c}{x-2}$

a) Calculer de deux manières différentes $\lim_{+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et en déduire a 0.5

b) Calculer $\lim_{2}(x-2)f(x)$ et en déduire c 0.5

c) Calculer f(0) et en déduire b 0.25

d) Etudier les comportements asymptotique de la courbe C_f 0.5

3) Dresser le tableau de variation de f 1

4) Montrer que $\mathrm{I}(2\ ;4)$ est un centre de symétrie de C_f 0.5

5) Tracer C_f 0.75

6) a) Montrer que pour tout réel m C_f coupe la droite D :y = m en deux points distingue M_1 et M_2 0.5

b) Déterminer les coordonnées du point $\mathrm{I} = M_1 * M_2$ en fonction de m 0.5

c) En déduire l'ensemble du point I lorsque m varie

7) Soit $g(x) = f(-|x|)$ construire C_g à partir de C_f 1

BON TRAVAIL