EXERCICE N°1 **09 pts**

Soit f la fonction définie sur $\left[1,+\infty\right[$ par : $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x}+2$ et ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1°) **a**- Etudier la dérivabilité de f à droite en 1 puis interpréter graphiquement le résultat

b- Montrer que f est dérivable sur $\left]1,+\infty\right[$ et que pour tout $x\in\left]1,+\infty\right[$ on a: $f'(x)=\dfrac{1}{x^2\sqrt{x^2-1}}$

c- Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$

d- Dresser le tableau de variation de f

e- Tracer la courbe ζ_f

2°) **a**- Montrer que f est une bijection de $\left[1,+\infty\right[$ sur un intervalle I que l'on précisera

b- Tracer dans le même repère la courbe représentative $\zeta'_{f^{-1}}$ de la fonction réciproque f^{-1} de f

c- Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in I$

3°) On considère la fonction g définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ par : $g(x)=f\left(\dfrac{1}{\cos x}\right)$; si $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ et $g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=3$

a- Montrer que pour tout $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ on a : $g(x)=2+\sin x$

b- Montrer que g est bijection de $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ sur un intervalle J que l'on déterminera

c- Montrer que la fonction réciproque g^{-1} de g est dérivable sur $\left[2,3\right[$

Calculer $\left(g^{-1}\right)'(x)$ pour tout $x\in\left[2,3\right[$

EXERCICE N°2 **05 pts**

1°) **a**- Vérifier que : $(2+2i)^2=8i$

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-2(1+i)z-6i=0$

2°) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A=3+3i$, $z_B=-1-i$ et $z_C=\left(1-2\sqrt{3}\right)+\left(1+2\sqrt{3}\right)i$

a- Vérifier que : $z_C-z_A=\left(\dfrac{1}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right).\left(z_B-z_A\right)$

b- Déterminer le module et un argument du nombre complexe : $\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$

c- En déduire que le triangle ABC est équilatéral

3°) Soient Ω le point d'affixe : $z_\Omega = 1+i$ et D le symétrique du point C par rapport à Ω

a- Vérifier que Ω est le milieu du segment $[AB]$

b- Placer les points A, B, Ω , C et D

c- Montrer que le quadrilatère ACBD est un losange et calculer son aire

EXERCICE N°3 **06 pts**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(A;\vec{i},\vec{j};\vec{k})$. Et ABCDEFGH est un parallélépipède tel que : $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}$, $\overrightarrow{AD}=4\vec{j}$ et $\overrightarrow{AE}=3\vec{k}$

1°) **a**- Vérifier que : $\overrightarrow{AG}=2\vec{i}+4\vec{j}+3\vec{k}$

b- Montrer que: $\overrightarrow{EB}\wedge\overrightarrow{EG}=12.\vec{i}-6.\vec{j}+8.\vec{k}$

c- Déterminer une équation cartésienne du plan (EBG)

2°) Soit α un réel différent de 1 et M le point de coordonnées $(2\alpha,4\alpha,3\alpha)$

a- Vérifier que M décrit la droite (AG) privée de G

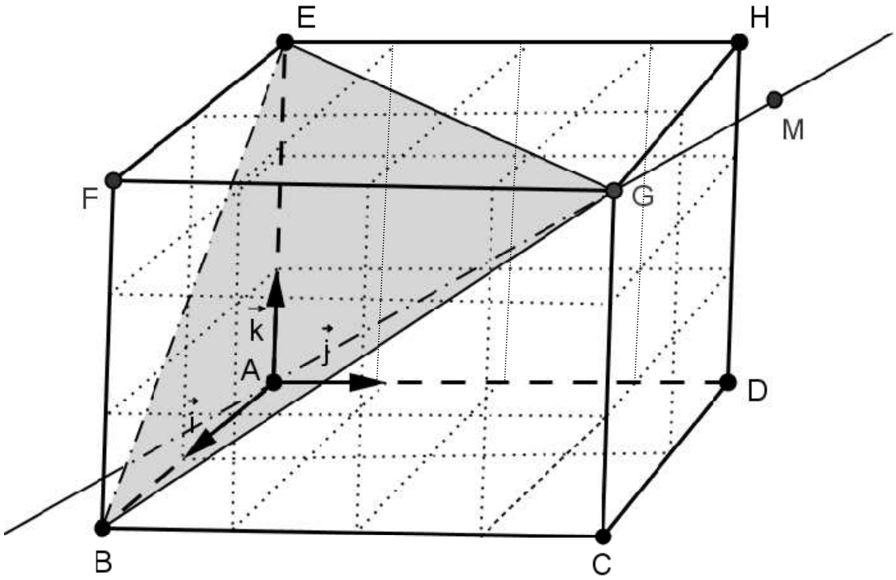
b- Montrer que M n'appartient pas au plan (EBG)

3°) Soit V le volume du tétraèdre EBGM.

a- Exprimer V en fonction de α

b- Déduire le volume du tétraèdre EBG A puis calculer la distance du point A au plan (EBG)

c- Pour quelles valeurs de α ; V est-il égal au volume parallélépipède ABCDEFGH ?



BON TRAVAIL