

Exercice n°1 : (3 points)**Choisir l'unique bonne réponse e sans justification**1) Soit la fonction $f(x) = x^3 - 3x$. La courbe de f admet un point d'inflexion d'abscisse :

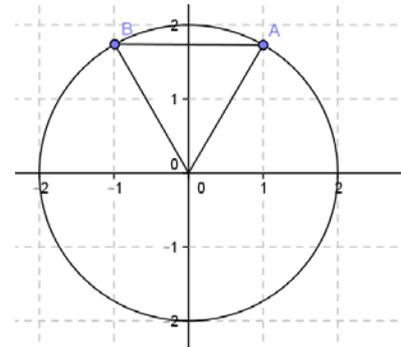
- a) -1 b) 0 c) 1

2) Le plan muni d'un repère orthonormé direct.

Dans la figure ci contre un donne un cercle de centre de centre O et rayon 2 et deux points de ce cercle A et B tel que

 $Z_A = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ et OAB est un triangle équilatéral alors :

- a)
- $Z_B = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$
- b)
- $Z_B = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$
- c)
- $Z_B = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$

3) Soit f une fonction dérivable sur $[-2,2]$ alors la fonctions g définie par $g(x) = \text{Sin}(f(x))$ est dérivable sur :

- a)
- $[-1,1]$
- b)
- $[-2,2]$
- c)
- \mathbb{R}

Exercice °2 :(5 points)1) Soit un réel $\theta \in]0, \pi]$. on donne l'équation (E) $Z^2 - Z + (e^{i\theta} - e^{2i\theta}) = 0$ a) Vérifier que : $(2e^{i\theta} - 1)^2 = 1 - 4e^{i\theta} + 4e^{2i\theta}$ b) Résoudre dans \square l'équation (E).2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) on considère les points I, A et B d'affixes respectifs $Z_I = 1, Z_A = e^{i\theta}$ et $Z_B = 1 - e^{i\theta}$

a) Montrer que OAIB est un parallélogramme.

b) Vérifier que pour tout $\theta \in]0, \pi]$ on a : $1 - e^{i\theta} = 2 \text{Sin} \left(\frac{\theta}{2} \right) e^{i\left(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{2}\right)}$ 3) Dans la suite on prend $\theta = \frac{\pi}{3}$ a) Montrer que : $Z_B = \overline{Z_A}$

b) Déduire que (OI) et (AB) sont perpendiculaire.

Exercice n°3 : (6 points)

Soit la fonction définie sur $[0, +\infty [$ par $f(x) = 4 - \sqrt{x^2 + 1}$ et soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) a) Montrer que $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

b) Dresser le tableau de variation de f

2) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans $[0, +\infty [$ une unique solution α puis vérifier que $1 < \alpha < 2$.

3) On suppose que pour tout $x \in [1, 2]$ on a : $|f'(x)| \leq \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Soit la suite définie sur \mathbb{N} par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = f(U_n)$.

a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $1 \leq U_n \leq 2$

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2\sqrt{5}}{5} |U_n - \alpha|$

c) déduire par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $|U_n - \alpha| \leq \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^n$

d) Calculer la limite de la suite (U_n)

Exercice n°4 : (6 points)

La courbe dans l'annexe est celle d'une fonction f définie sur $[1, +\infty [$.

La courbe de f admet au point $A(1, 1)$ une demi tangente verticale et au voisinage de $+\infty$ une asymptote oblique la droite $D : y = x + 1$

1) Dresser le tableau de variation de f .

2) Montrer que f réalise une bijection de $[1, +\infty [$

3) Tracer dans le même repère la courbe de f^{-1} .

4) f^{-1} est-elle dérivable à droite de 1 ? Justifier votre réponse.

5) On suppose dans la suite que $f(x) = 1 + \sqrt{x^2 - 1}$

a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]1, +\infty [$

b) Calculer $f(\sqrt{2})$ puis $(f^{-1})'(2)$.

c) Déterminer l'expression de $f^{-1}(x)$.

Bon travail

Annexe de l'exercice n°3

Nom et prénom :

