L.S :02/03/34 **Goubellat** **Date : 19/02/2015** **Classe :** 4^{eme} *année* **Prof : Hamdi**	**Devoir de contrôle N°2** **Section : Sciences Expérimentales** **Epreuve : Mathématiques** **Durée : 2h** **Coefficient : 3**

EXERCICE N° 1 (3 Pts)

Indiquer la réponse exacte

1 °) On donne le plan P : $-4x + 2y + 4z + 1 = 0$ et S une sphère de centre $I(1 , -\frac{1}{2} , 1)$ et de rayon 3 alors on a l'intersection de P et S est

a °) le vide ; b °) le point I ; c °) le cercle (C) de centre I et de rayon 3

2 °) La courbe représentative d'une fonction monotone f coupe l'axe des abscisses en un point A(3,0) ; F une primitive de f alors on a nécessairement

a °) F admet un extremum en 3 ; b°) F(3)=0 ; c °) A est un point d'inflexion pour la courbe de F

3 °) Une primitive F sur $\mathbb{R}_+$ de la fonction f définie par : $f (x) = \sqrt{x}$ alors on a :

a °) $F (x) = 2\sqrt{x}$; b °) $F (x) = \frac{2}{3} x\sqrt{x}$; c °) $F (x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

EXERCICE N° 2 (6 Pts)

L'espace E est muni d'un repère orthonormé direct $(O , \vec{I} , \vec{J} , \vec{K})$

On considère le tétraèdre ABCE tel que A (1 , 0 , 2) ; B (2 , 3 , 1); C (-1 , 1 , 2) et

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

1°) a°) Verifier que E à pour coordonnées (2 , 2 , 9)

b°) Calculer le volume du tétraèdre ABCE

c°) Calculer l'aire du triangle ABC

d°) En déduire que la distance entre E et le plan (ABC) est $3\sqrt{6}$

2°) Soit P le plan d'équation : $x + 2y + 7z -1 = 0$. Montrer que P est parallele (ABC)

3 °) Soit S l'ensemble des points M (x , y , z) tel que

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 18z + 25 = 0$$

a °) Montrer que S est une sphère dont on déterminera le centre et le rayon

b °) Déterminer l'intersection de la sphère S et (ABC)

EXERCICE N° 3 (5.5 Pts)

Soit f la fonction définie sur $]-1 , 1[$ par : $f (x) = \frac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}$

1 °) Prouver l'existance et l'unicité d'une primitive F de la fonction f tel que $F(0) = \frac{\pi}{2}$

2 °) Soit H l'application définie sur $]0 , \pi[$ par: $H (x) = F (\cos x)$

a °) Calculer $H (\frac{\pi}{2})$

b °) Montrer que H est dérivable sur $]0 , \pi[$ et calculer H' (x)

c °) En déduire que pour tout x de $]0 , \pi[$ on a H(x) = x

d °) Calculer F ($\frac{1}{2}$)

3 °) On pose pour tout x de $]-1 , 1[$, K (x) = F (x) + F (-x)

a °) Montrer que K est dérivable sur $]-1 , 1[$ et calculer K ' (x)

b °) En déduire que pour tout x de $]-1 , 1[$ on a K (x) = π

EXERCICE N° 4 (5.5 Pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$

1°) a°) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

b°) En déduire que D : y = x - 1 et D : y = -x +1 sont deux asymptotes obliques pour la courbe de f

2 °) Etudier les variations de f

3 °) Montrer que la droite Δ : x = 1 est un axe de symetrie pour la courbe de f

4 °) Construire la courbe de de f dans un repère orthonormé $(O , \vec{I} , \vec{J})$

5°) Soit g la restricution de f sur $[1 , +\infty[$

a°) Montrer que g réalise une bijection de $[1 , +\infty[$ sur $[1 , +\infty[$

b°) Montrer que g^{-1} est dérivable sur $]1 , +\infty[$

c°) Expliciter $g^{-1}(x)$ puis(g^{-1})'(x)

d°) Construire la courbe de g^{-1}

BONNE CHANCE