| Lycée M.Hayet<br>A.S 2013-2014 | Devoir de Contrôle n °2<br>Classe 4 Sc.Exp Durée :2h | Afli Ahmed<br>15-02-2014 |
|---|---|---|

## Exercice 1:

*L'espace est muni d'un repère orthonormé* $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

*On considère les points A(3,2,4) , B(0,3,5) et C(3,1,0)*

*1./ Montrer que ABC est un triangle et calculer son aire.*

*2./ Soit le point E(1 , a+2 , -1) ou a est un réel.*

*a. Calculer en fonction de a ,* $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}).\overrightarrow{AE}$

*b. En déduire la valeur de a pour que E soit un point du plan (ABC)*

*3./ Dans la suite on prend a = 2*

*Soit H le projeté orthogonal du point E sur le plan (ABC).*

*a. Calculer le volume du tétraèdre EABC*

*b. En déduire EH*

*4./a. Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC)*

*b. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EH)*

*c. Déterminer les coordonnées du point H*

*5./ Soit S la sphère dont une équation cartésienne est :*

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 10z + 15 = 0$$

*a. Déterminer les coordonnées du centre I et le rayon R de S.*

*b. Vérifier que la droite (AI) est perpendiculaire au plan (ABC)*

*c. Déterminer la position relative du plan (ABC) et la sphère S*

## Exercice 2:

*Soit la suite définie sur IN* par :* $I_n = \int_0^1 x^n\sqrt{x^2+1}\,dx$

*1./ Calculer* $I_1$.

*2./ Etudier la monotonie de la suite* $(I_n)$

*3./ a. Montrer que pour tout* $x \in [0,1]$ *et pour tout* $n \in IN^*$ *on a :* $0 \le x^n\sqrt{x^2+1} \le \sqrt{2}x^n$

*b. Déduire que pour tout* $n \in IN^*$ *:* $0 \le I_n \le \dfrac{\sqrt{2}}{n+1}$ .

*c. En déduire* $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$ .

## Exercice 3:

*Soit f la fonction définie sur [0,1[ par* $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ *. on designe par* $(C_f)$ *sa courbe representative dans un repere orthonormé* $(O;\vec{i},\vec{j})$

*1./a. Vérifier que* $f'(x)=\frac{2x-x^3}{(\sqrt{1-x^2}\,)^3}$ *.En déduire que f réalise une bijection de [0,1[ sur un intervalle J que l'on précisera.*

*b. Montrer ,à l'aide d'une intégration par partie, que* $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} f(x)dx = -\frac{1}{2}+\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sqrt{1-x^2}dx$

*2./Soit* $F(x)=\int_0^{\sin(x)} \sqrt{1-t^2}dt$ ; $x \in \left[0,\frac{\pi}{4}\right]$

*a. Montrer que F est dérivable sur* $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ *et calculer F '(x)*

*b. En déduire que* $F(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin(2x)$ *pour tout* $x \in \left[0,\frac{\pi}{4}\right]$

*c. Calculer alors* $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sqrt{1-x^2}dx$

*d. En déduire que* $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} f(x)dx = \frac{\pi-2}{8}$

*3./ on donne ci-dessous les courbes* $(C_f)$ *et* $(C_{f^{-1}})$

*Calculer l'aire de la partie du plan limitée par* $(C_f)$ , $(C_{f^{-1}})$ *et les droites d'équations :*

$x = 0$ *et* $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ *(la partie hachurée )*