

Exercice 1 :

1) Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = 1 + \frac{3 + 3 \ln x}{x}$

On désigne par (ζ_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

a) Déterminer en justifiant $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement ces résultats

b) Montrer que $f'(x) = \frac{-3 \ln x}{x^2}$

c) Dresser le tableau de variation de f

2) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0, +\infty[$ et que $0.32 < \alpha < 0.34$

b) En déduire le signe de $f(x)$ sur $]0, +\infty[$

3) Tracer (ζ_f) dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

Exercice 2:

Soit (I_n) la suite définie sur \mathbb{N} par : $I_n = \int_0^{\pi/6} x^n \sin 3x \, dx$.

1) a/ Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $I_n \geq 0$.

b/ Montrer que la suite (I_n) est décroissante.

c/ En déduire que (I_n) est convergente.

2) a/ Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $I_n \leq \int_0^{\pi/6} x^n \, dx$.

b/ Déterminer alors la limite de la suite (I_n) .

3) a/ Calculer I_0 .

b/ En utilisant une intégration par parties, montrer que : $I_1 = \frac{1}{9}$.

c/ En effectuant deux intégrations par parties, montrer que :

< pour tout $n \in \mathbb{N}$, $I_{n+2} = \frac{n+2}{9} \left(\left(\frac{\pi}{6}\right)^{n+1} - (n+1)I_n \right)$.

Exercice 3:

Un magasin vend 1000 pochettes en cuir parmi lesquelles certaines sont défectueuses. Ces pochettes sont fabriquées par trois usines U_1 , U_2 et U_3 selon le tableau suivant :

	Usine U_1	Usine U_2	Usine U_3
Nombre de pochettes	200	350	450
Pourcentage de pochettes défectueuses	5%	4%	2%

On choisit au hasard une pochette de ces 1000 pochettes et on considère les événements suivants :

A : « La pochette choisie est fabriquée par l'usine U_1 ».

B : « La pochette choisie est fabriquée par l'usine U_2 ».

C : « La pochette choisie est fabriquée par l'usine U_3 ».

D : « La pochette choisie est défectueuse ».

- Dessiner l'arbre de probabilité correspondant à cette épreuve.
- a) Prouver que la probabilité $P(D \cap A)$ est égale à $\frac{1}{100}$.
b) Calculer les probabilités suivantes : $P(D \cap B)$, $P(D \cap C)$ et $P(D)$.
- Sachant que la pochette choisie n'est pas défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle soit fabriquée par l'usine U_1 ?

Exercice 4:

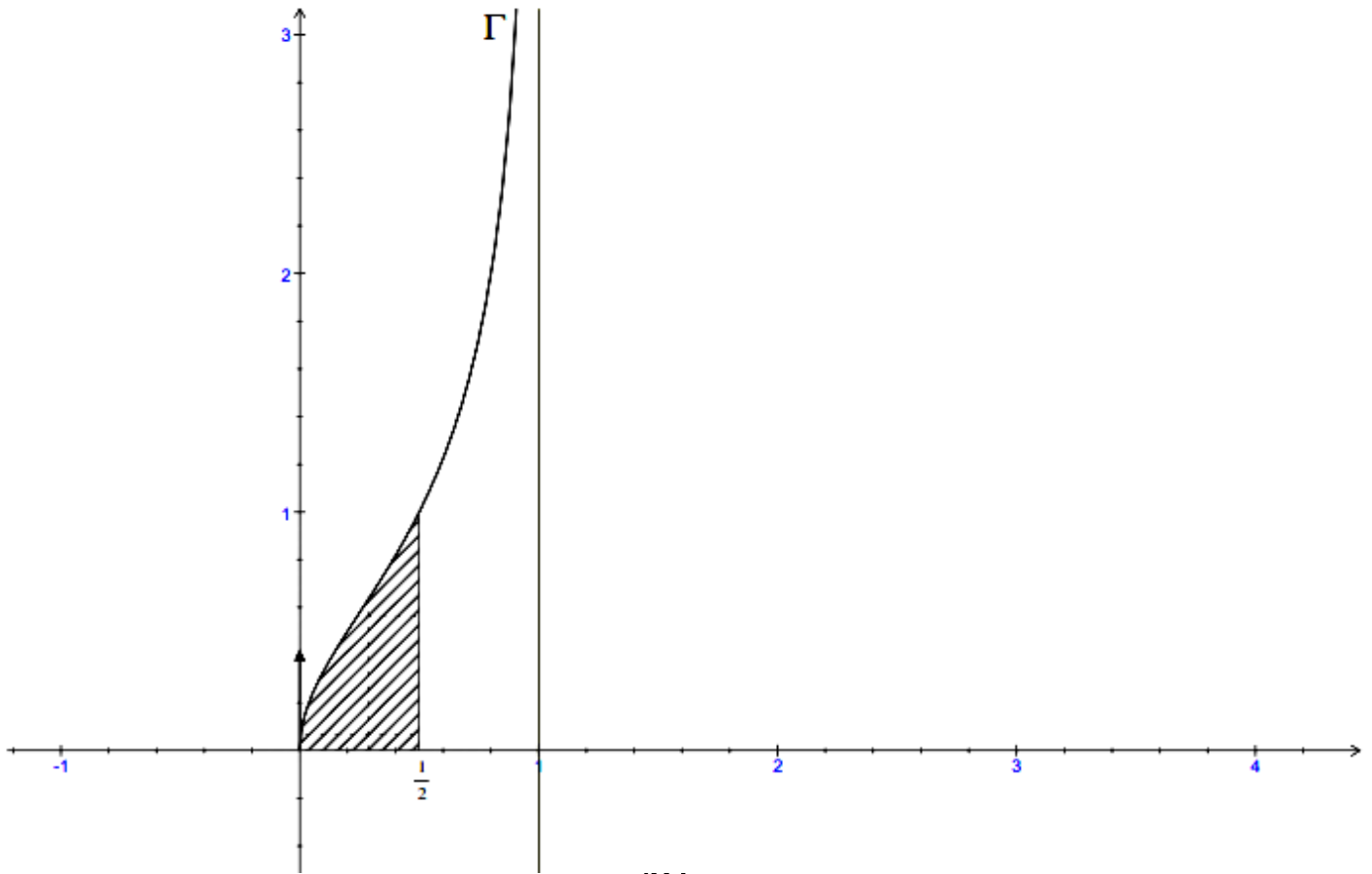
Soit f la fonction définie sur $[0,1[$ par : $f(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$.

On a représenté dans la feuille annexe la courbe Γ de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- a. **Par une lecture graphique** : prouver que f est une bijection de $[0,1[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
b. Tracer la courbe Γ' de f^{-1} dans le même repère.
c. Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$
- a. Vérifier que pour tout $x \neq 1$, $\frac{x}{1-x} = \frac{1}{1-x} - 1$
b. Calculer le volume du solide engendré par la rotation autour de l'axe $(O; \vec{i})$ de la surface délimitée dans le plan P par l'axe $(O; \vec{i})$, la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$ et la courbe Γ .
- Soit g la fonction définie sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ par : $g(x) = \int_0^{\sin^2(x)} f(t) dt$.
 - Montrer que g est dérivable sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ et calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$.
 - En déduire que pour tout $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$, $g(x) = x - \cos(x) \sin(x)$
 - Calculer alors l'aire de la partie hachurée.
 - Donner une interprétation graphique de l'intégrale $I = \int_0^1 \frac{t^2}{1+t^2} dt$, puis montrer que $I = 1 - \frac{\pi}{4}$.

Annexe

Exercice 4 :



Prof : Med Khairedine Prof : Med Khairedine Prof : M_K