Lycée secondaire Ali B.Bembla	**Devoir de contrôle n° 2** Mathématiques	Classe : 4 ème sc3
Date 18 / 02 / 2012	Prof : Mosrati chawki	Durée : 2 heures

Exercice :1 (8pts)

L'espace $\mathcal{E}$ étant rapporté à un repère o.n.d. $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

On considère les points A(0 ; 1 ;0) ; B(1 ;0 ;-2) ; C(0 ; 0 ; -1) et D(1 ; -1 ; 0).

1-/a- Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ puis calculer $\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right).\overrightarrow{AD}$.

b- En déduire que les points A, B et C déterminent un plan P et que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

c- Calculer l'aire du triangle ABC et le volume du tétraèdre DABC, puis déduire la distance se D à P.

2-/ a- Montrer qu'une équation du plan est : x - y + z + 1 = 0.

b- Montrer que H(0 , 0 , -1) est le projeté orthogonale de D sur P .

3/On considère S= { M(x,y,z) tel que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2= 0$ }

a- Vérifier que $E\left(2,-2,\sqrt{2}\right)$ est un point de S.

b- Montrer que S est une sphère dont on caractérisera.

c- Montrer que P et S sont sécante suivant un cercle ζ que l'on caractérisera.

4/ Déterminer l'ensemble des points M de $\mathcal{E}$ tels que le triangle DME soit isocèle et rectangle en D.

Exercice :2 (4pts)

On considère la suite (I_n) définie sur IN* par : $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^n \, dx$.

1) a- Montrer que pour tout n de IN* , $I_n \geq 0$

b- Montrer que (I_n) est une suite décroissante.

c- En déduire que (I_n) est une suite convergente.

2) a- Montrer que pour tout n de IN*, $I_n + I_{n+2} = \dfrac{1}{n+1}$.

b- En déduire la limite de la suite (I_n).

3) calculer I_2 et I_4

Exercice :3 (8pts)

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}} & si \quad x < 0 \\ x - \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}} & si \quad x \geq 0 \end{cases}$

on désigne par C la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère o.n. $(o;\vec{i};\vec{j})$

.

1) a- Vérifier que f est continue en 0.
   b- Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche de 0.
   Préciser les demi-tangentes à droite et à gauche en 0.
2) a- Etudier les variations de f.
   b- En déduire que f est une bijection de IR sur] -1 , + ∞ [.
   c- Montrer que pour tout x ∈] -1 , 0] on a $f^{-1}(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.
3) a- Montrer que la droite Δ : y = x – 1 est une asymptote à C au voisinage de +∞.
   b- Préciser la position de C par rapport à Δ sur [1 , +∞ [.
4) a- Tracer la courbe C de f .
   b- Tracer la courbe C' de f^{-1} dans le même repère $(o;\vec{i};\vec{j})$.
5) Calculer l'aire de la région du plan limité par la courbe C et la droites d'équation y = 0, x = -2 et x = 2

BON TRAVAIL