

EXERCICE 1 :

On considère la fonction f définie par : $g(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 3}} - 1$

1. a) Montrer que g est dérivable sur IR et que $g'(x) = \frac{6}{(\sqrt{3+x^2})^3}$

b) Calculer g(1). En déduire le signe de g(x) sur \mathbb{R}

2. Soit $f : x \rightarrow 2\sqrt{3+x^2} - x$ et on désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé

a) Montrer que pour tout réel x on a : $f'(x) = g(x)$

b) Dresser le tableau variation de f

c) Montrer que la droite Δ d'équation $y = x$ est une asymptote oblique de ζ_f au voisinage de $+\infty$

d) Tracer Δ et ζ_f

EXERCICE 2 :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{-x}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$ et soit F sa primitive

sur \mathbb{R} telle que $F(0) = 2$

Soit g la fonction définie sur $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$ par $g(x) = F(\operatorname{tg} x)$

1. Montrer que g est dérivable sur $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$ et que pour tout $x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$; $g'(x) = -\sin x$

2. En déduire que pour tout $x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$; $g(x) = 1 + \cos x$

3. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$

4. Calculer F(1) et $F(\sqrt{3})$

EXERCICE 3 :

On considère un cube OIRJKMNL tel que $(O, \overline{OI}, \overline{OJ}, \overline{OK})$ soit un repère orthonormé direct de l'espace

On désigne par E le centre du carré OIMK et par F le point défini par $\overline{LF} = \frac{1}{3} \overline{LN}$

1. a) Déterminer les coordonnées des points E et F

b) Calculer les coordonnées du vecteur $\overline{w} = \overline{OE} \wedge \overline{OF}$; en déduire l'aire du triangle OEF

2. a) Calculer le volume de tétraèdre OEFR

b) En déduire la distance du point R au plan (OEF)

3. Soit $G \left(\frac{5}{6}, 1, \frac{3}{2} \right)$

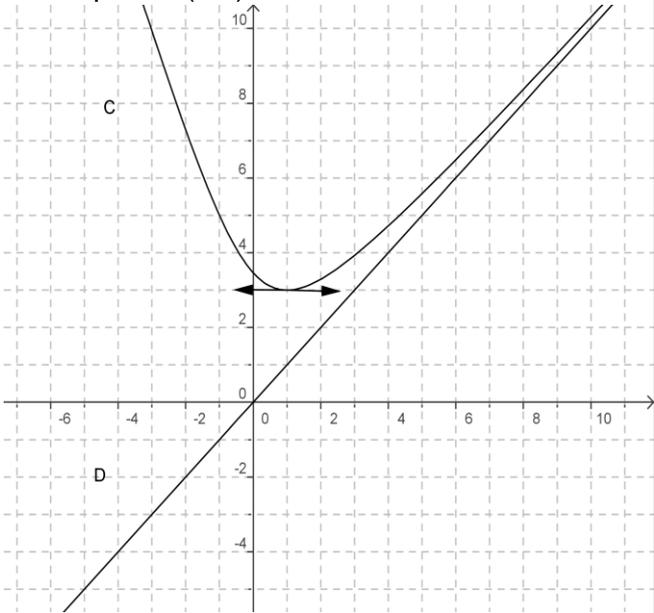
a) Vérifier que OEGF est un parallélogramme

b) Calculer l'aire du parallélogramme OEGF et en déduire le volume de la pyramide OEGFR

EXERCICE 4 :

Nom : Prénom :

Pour chaque question quatre solutions sont proposées ; Cocher la ou les réponses justes

<p>1. Si \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs tels que $\vec{v} = -2\vec{u}$ et $\ \vec{v}\ = 2$ alors</p>	<ul style="list-style-type: none"> • $\vec{u}\vec{v} = 4$ • $\vec{u}\vec{v} = -2$ • $\vec{u} \wedge \vec{v} = 0$ • $\vec{u} \wedge \vec{v} = 2\vec{v}$
<p>2. Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} dont la courbe (C) ci-dessous on sait que la droite D est une asymptote a (C), (C) admet une branche infinie de direction celle de la droite des ordonnées et une tangente horizontale au point A(1,3) alors</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • Une équation cartésienne de la droite D est : $y = x+1$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$ • $f'(1) = 0$ • $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$
<p>3. Une primitive de la fonction : $x \rightarrow x\sqrt{2+x^2}$ sur \mathbb{R} est :</p>	<ul style="list-style-type: none"> • $\sqrt{2+x^2}$ • $\frac{1}{2}x\sqrt{2+x^2}$ • $\frac{1}{3}(\sqrt{2+x^2})^3$ • $\frac{1}{3}(2+x^2)\sqrt{2+x^2} + 12$