**EXERCICE NI** L'espace euclidien E est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Que peut-on dire des points: O ; A ; B et C dans les cas suivants:

a) $\vec{OB}.\vec{OC} = 0$ b) $\vec{OB} \wedge \vec{OC} = \vec{0}$ c) $\vec{OA}.(\vec{OB} \wedge \vec{OC}) = 0$

On considère les points: $A(-2\,;1\,;1)$ ; $B(1\,;-1\,;0)$ et $C(-2\,;0\,;0)$

1) Déterminer l'équation du plan P contenant A ; B et C

2) Déterminer l'angle entre P et le plan d'équation $z = 0$

Une sphère K a son centre en $\Omega(3\,;-4\,;t)$ et son intersection avec le plan $z = 0$ est un cercle de rayon 3

3) Déterminer l'équation de la sphère ( K)

4) Déterminer les valeurs de t pour lesquelles la sphère (K) et l'axe z'Oz n'ont aucun point en commun

5) Déterminer les valeurs de t pour lesquelles la sphère ( K ) et le plan: $-x + 4y + z - 2 = 0$ ont exactement un point en commun

Soit ( S ) la sphère pour laquelle les deux conditions de 4) et 5) sont réalisées

6) Déterminer une équation du plan qui est tangent à la sphère ( S ) et est parallèle au plan: $-x + 4y + z - 2 = 0$ , mais distinct de ce dernier

7) Déterminer l'aire du triangle ABC et le volume du tétraèdre ABCΩ

**EXERC ICE NII** On considère une famille de fonctions réelles définies par: $f_\lambda : x \mapsto e^{2x} - (\lambda + 1)\, e^x + 3\lambda$

avec $\lambda$ , paramètre réel vérifiant $\lambda > -1$

On note $F_\lambda$ la représentation graphique de la fonction $f_\lambda$ dans un repère orthonormé

a) On considère d'abord le cas où $\lambda = 0$

i) Etudier $f_0$ et $F_0$ : ensemble de définition, signe, asymptote, intersection avec les axes,

croissance, décroissance, extremum
Préciser les coordonnées du point d'inflexion

ii) En déduire le tracé de $F_0$

iii) $k$ étant un réel strictement négatif, déterminer l'aire $A(k)$ du domaine plan $D_k$, compris entre $F_0$, l'axe des abscisses, les droites d'équation $x = k$ et $x = 0$

iv) Déterminer $\lim\limits_{k \to -\infty} A(k)$

v) $k$ étant un réel strictement négatif, déterminer $V(k)$, le volume du solide $S_k$, engendré par la

rotation de $D_k$ autour de l'axe $(Ox)$

vi) Déterminer $\lim\limits_{k \to -\infty} V(k)$

b) Montrer que les courbes $F_\lambda$, ont toutes une asymptote parallèle à l'axe des abscisses

c) Pour chaque valeur de $\lambda > -1$, déterminer l'abscisse du point $M_\lambda$ de $F_\lambda$ qui a une tangente parallèle à l'axe des $x$ et montrer que cette abscisse correspond à un minimum pour la fonction $f_\lambda$

**EXERCICE NIII**

On donne la fonction d'une variable réelle $x$ : $f : x \mapsto \begin{cases} (x^2+1)e^x & \text{si } x \le 0 \\ 1 - x\ln x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

$F$ est la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormé ( unité 2 cm )

a) Etudier: i) La continuité de $f$ en $x = 0$ ii) La dérivabilité de $f$ en $x = 0$

b)i) Etudier la fonction $f$ ( Limites aux bornes de son domaine de définition, l'asymptote de $F$, sens de variation de $f$, extremum et les points d'inflexion de $F$ )

ii) Esquisser le graphe de $f$

c)i) Déterminer l'abscisse des points d'intersection de $F$ et de la droite $d : y = 1 - \dfrac{x}{2}$

ii) $0 < \lambda \le e^{\frac{1}{2}}$

Exprimer en fonction de $\lambda$ , l'aire $A(\lambda)$ du domaine $D = \left\{ M(x;y) / \left\{ \begin{array}{c} \lambda \leq x \leq e^{\frac{1}{2}} \\ 1 - \frac{x}{2} \leq y \leq 1 - x\ln x \end{array} \right. \right\}$

iii) Déterminer $\lim\limits_{\lambda \to 0^+} A(\lambda)$

## EXERCICE NIV

*1)a) Déterminer le domaine de définition de la fonction: $f(x) = \dfrac{\cos^2 x}{\sin x}$*

b)i) Démontrer que $f$ est une fonction impaire et périodique de période $2\pi$

ii) Démontrer que le graphe de $f$ admet la droite d'équation: $x = \dfrac{\pi}{2}$ , comme axe de symétrie

iii) Dresser le tableau de variation de la fonction $f$ sur $\left] 0 ; \dfrac{\pi}{2} \right]$

iv) Construire le graphe de $f$ sur $[ -\pi ; \pi ]$

2)a) Déterminer les réels $a$ ; $b$ et $c$ tels que: $\forall x \in \mathbf{R} \setminus \{ -1 ; 1 \}$ $\dfrac{x^2}{x^2 - 1} = a + \dfrac{b}{x-1} + \dfrac{c}{x+1}$

b)i) Calculer l'aire du domaine $D$ , limité par le graphe de $f$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations: $x = \dfrac{\pi}{4}$ et $x = \dfrac{\pi}{2}$

( On effectuera le changement de variable: $u = \cos t$ , dans l'intégrale : $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos^2 t}{\sin^2 t}\, dt$ )

ii) Calculer la valeur moyenne de $f$ sur $\left[ \dfrac{\pi}{4} ; \dfrac{\pi}{2} \right]$

c) Calculer la mesure du volume du solide de révolution engendré par la rotation de $D$ autour de l'axe des abscisses ( On montrera que: $\dfrac{\cos^4 t}{\sin^2 t} = \dfrac{1}{\sin^2 t} - 2 + \sin^2 t$ ,

puis on effectuera le changement de variable: $u = \tan t$ , dans l'intégrale: $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{1}{\sin^2 t}\, dt$