Lycée Ibn Elhaythem Matmata Nouvelle	Epreuve : *Mathématiques*	
DEVOIR DE CONTROLE N°2	**Prof : Kayel .M**	
20/02/2024	**Durée : 2 heures**	**4éme *Sciences***

EXERCICE N° 1

Soit l'espace muni d'un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ et soit l'ensemble S des points M(x, y, z) tels que :

$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 2 = 0$.

1) Montrer que S est une sphère dont on précisera son centre I et son rayon R.

2) Soit P_m le plan d'équation : $2x - y + 2z + 3m - 4 = 0$; $m \in IR$.

a- Montrer que P_0 et S sont tangents.

b- Etudier suivant les valeurs de m les positions relatives de P_m et S.

c- Montrer que $S \cap P_1$ est un cercle qu'on déterminera son rayon r et son centre H.

3) Soit le point A(-1,0,1). Vérifier que $A \in S$ et déterminer une équation cartésienne du plan Q tangent à S en A.

4) Soit le point B(1,2,1) et $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

a- Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par B et de vecteur directeur $\vec{u}$.

b- Déterminer $\Delta \cap S$.

Exercice N°2

Soit la suite I definie sur IN par ; $\mathbf{I_n} = \int_0^1 \frac{x^n}{(1+x)^3}\, \mathbf{dx}$

1/a)Montrer que la suite I est decroissante

b)Montrer que pour tout n$\in IN$ *et pour tout* $x \in [0;1]$ on a : $0 \leq \frac{x^n}{(1+x)^3} \leq x^n$

c) En deduire que pour tout n$\in IN$ *on a* : $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$

puis calculer $\lim\limits_{+\infty} I_n$

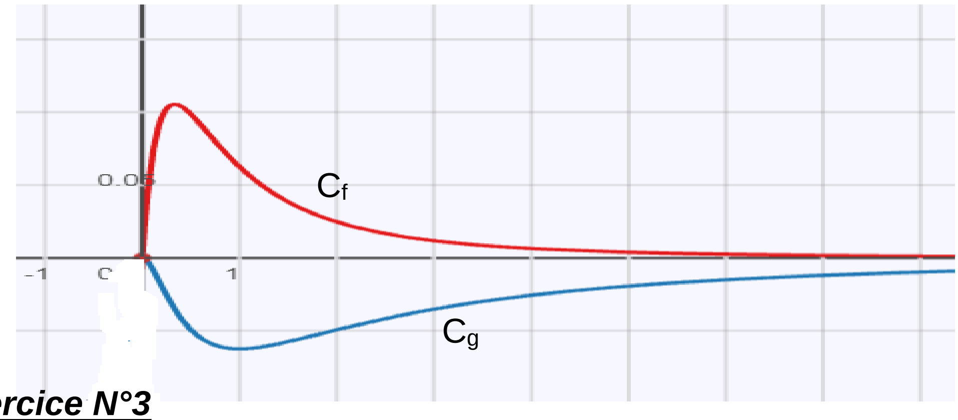
2/ a) Calculer I_0

b)Calculer $I_0 + I_1$ puis deduire la valeur de I_1

3/Dans le graphe ci dessous on a trace les courbes des fonctions f et g definies sur [0 ; +∞[par : f(x) = $\frac{x}{(x+1)^4}$ et g(x) = $\frac{-x^2}{(x+1)^4}$

Calculer en (ua)l'aire de la partie du plan limite par C_f et C_g et les droites

X = 0 et x = 1



Exercice N°3

Soit la fonction f définie par f(x) = $x + \sqrt{2-x^2}$

1/a)Montrer que f est définie si et seulement si x ∈ $[-\sqrt{2} ; \sqrt{2}]$

b) Monter que la courbe de f admet deux demi-tangentes verticales que l'on précisera

2/a)Prouver que f est dérivable sur $]-\sqrt{2} ; \sqrt{2}[$ et que f '(x)= $\frac{\sqrt{2-x^2} - x}{\sqrt{2-x^2}}$

b) Montrer que f est strictement croissante ssi x ∈ $[-\sqrt{2} ; 1]$ et que f est strictement décroissante ssi x ∈ $[1 ; \sqrt{2}]$

3/calculer (en uv) le volume V du solide de révolution engendré par la rotation au tour de l'axe des abscisses de C_f entre x = $-\sqrt{2}$ $et\ x = 1$

4/ a)justifier graphiquement que f réalise une bijection de $[-\sqrt{2} ; 1]$ sur J que l'on déterminera

b) tracer la courbe de f^{-1}

5/soit la fonction F définie sur $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ par F(x) = $\int_0^{-\sqrt{2}sinx} \sqrt{2-t^2}\,dt$

a) Montrer que F est dérivables sur $\left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$ puis que F '(x) = -1- cos(2x)
b) Calculer F(0) et en déduire l'expression de F(x)
c) Calculer F($\frac{\pi}{2}$) et on déduire l'aire de la partie du plan limitée par $C_{f^{-1}}$ et les droites y= 0 et y = x

Nom et Prénom ………………………………………………..