Ministère de l'éducation	***Devoir de contrôle n°2***	Mr. FATNASSI . B
Lycée secondaire de Korba	***Durée deux heures***	4. Exp . Le 13 .02. 2013

<u>Exercice 1</u> : (7 pts)

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Soient les plans $P : x+y+1=0$ et $Q : 2x-y+z-1=0$ et le point $A(2,1,-2)$

1°) a) Montrer que P et Q sont sécants suivant une droite D.

b) Donner une représentation paramétrique de D

c) Calculer $d(A,D)$: la distance de A à D.

2°) Soit S l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que :

$$x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z+4=0$$

a) Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre et le rayon.

b) Montrer que $S\cap P$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon

c) Déterminer les équations cartésiennes des plans parallèles à Q et sécants à S suivant des cercles de rayon $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

3°) Soit S_m l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que :

$$x^2+y^2+z^2-2mx-2y+4z+4=0 \quad ; \quad m\in\mathbb{R}$$

a) Montrer que ; pour tout réel m ; S_m est une sphère dont on précisera le centre $\mathbf{I}_m$ et le rayon $\mathbf{R}_m$.

b) Montrer que si m décrit $\mathbb{R}$ alors $\mathbf{I}_m$ décrit un ensemble que l'on précisera.

c) Déterminer suivant les réels m les positions relatives de S_m et P.

<u>Exercice 2</u> : (6 pts)

1°) Soit f la fonction définie par : $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$; $x\in[0,2]$

Montrer que f est continue sur l'intervalle $[0,2]$

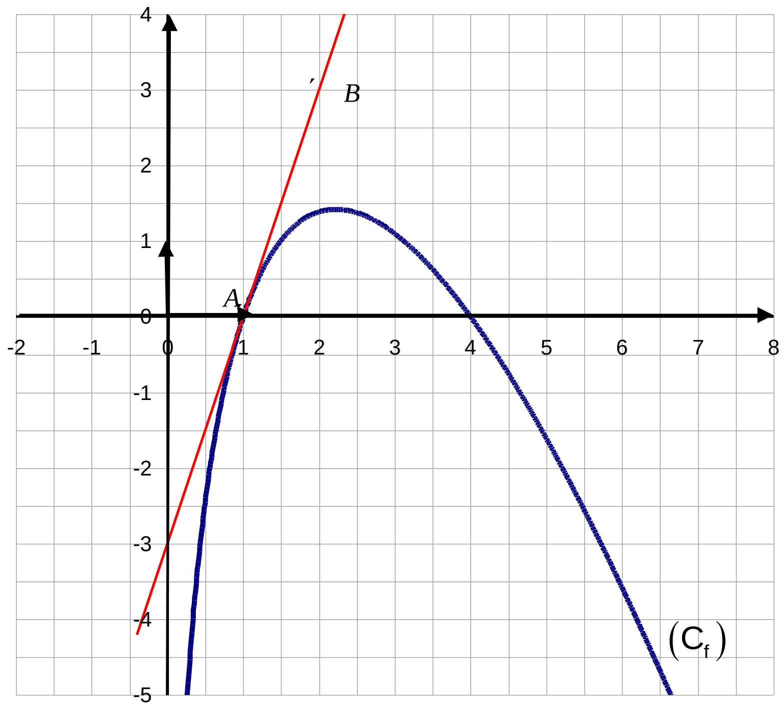
2°) On désigne par F la primitive de f sur $[0,2]$ qui s'annule en 0 par g la fonction définie sur $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$ par $g(x)=F(1+\sin x)$

a) Montrer que g est dérivable sur $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$ et Calculer $g'(x)$.

b) En déduire que pour tout $x\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$: $g(x)=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{4}\sin 2x$

c) Déduire les valeurs $F(1)$ et $F\left(\dfrac{3}{2}\right)$

Exercice 3 : (7 pts)



On considère la fonction f dont la courbe représentative (C_f) est représentée ci-dessus dans le plan muni d'un repère orthonormé.

f est définie et dérivable sur]0 ; +∞[. On note f' la fonction dérivée de f .

La courbe (C_f) passe par le point *A* (1 ; 0) et admet la droite (*AB*) pour tangente à la courbe en *A*.

Pour tout réel *x* de] 0 ; +∞[, $f(x)=(ax+b)\ln x$ où *a* et *b* sont deux réels.

1°) Calculer $f'(x)$ en fonction de *a* et *b*.

2°) Sans justifier et par lecture graphique, donner $f(4)$ et $f'(1)$.

3°) a) Justifier que *a* et *b* sont solutions du système d'équations suivant : $\begin{cases} 4a+b=0 \\ a+b=3 \end{cases}$

b) Déterminer *a* et *b*.

4°) On admet que la fonction précédente est définie pour tout *x* de] 0 ; +∞[par $f(x)=(4-x)\ln x$.

Soit *F* la fonction définie et dérivable sur]0 ; +∞[par $F(x)=-\frac{1}{2}\left(x^2\ln x-\frac{x^2}{2}-8x\ln x+8x\right)$.

Montrer que *F* est une primitive de f sur]0 ; +∞[.