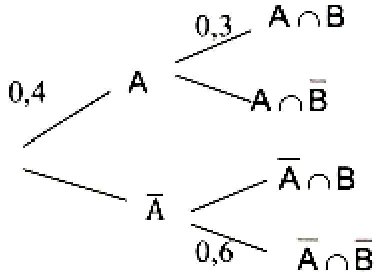
Lycée Ibn khaldoun Jemmel Classe : 4ème sciences	Devoir de Contrôle N°2	Le 12 / 03 / 2021 Prof :Garrab wissem Durée : 2 heures

Exercice N°1 :(3points)

Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre de probabilité suivant :



1- Déterminer :

$$p(\bar{A}) \quad , \quad p(\bar{B}/A) \quad , \quad p(B) \;\text{ et }\; p(A \cup B).$$

2- les événements A et B sont-il indépendants ? Justifier.

Exercice N°2 : (3.5 points)

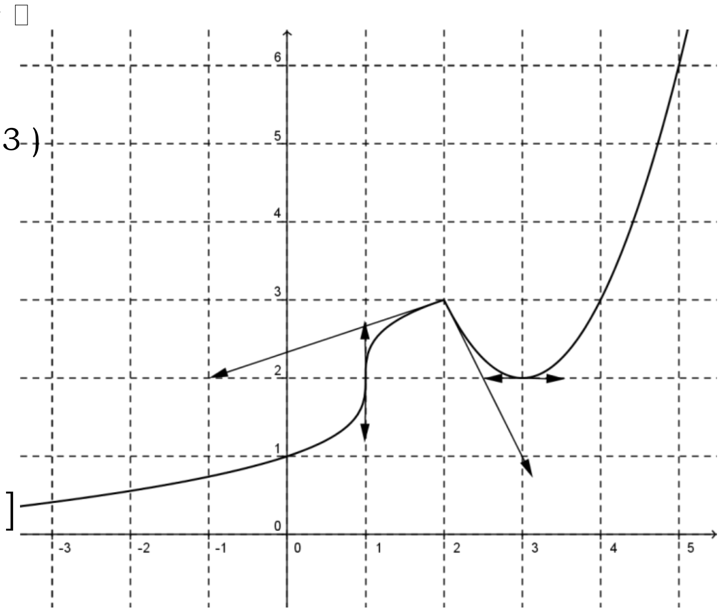
On donne la courbe ζ_f d'une fonction f définie sur ℝ

L'axe des abscisses une asymptote horizontale à ζ_f au voisinage de $(-\infty)$

ζ_f admet un point anguleux de coordonnées (2 , 3)

ζ_f admet Une tangente verticale au point (1 , 2).

Par une lecture graphique répondre aux questions suivantes :



1-Donner $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

2- Donner $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{f(x)-2}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$ et $f'_g(2)$.

3- Donner le tableau de variation de f.

4- a- Montrer que f réalise une bijection de $]-\infty;2]$ sur un intervalle I que l'on précisera.

b- Tracer $\zeta_{f^{-1}}$

c- Etudier la dérivabilité de f^{-1} sur I.

d- Donner $\lim\limits_{x\to3^-} \dfrac{f^{-1}(x)-2}{x-3}$.

e-Justifier que $\zeta_{f^{-1}}$ admet un point d'inflexion que l'on précisera.

Exercice N°3 : (6.5 points)

1-Soit g la fonction définie sur IR par : $g(x) = 1 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

a- Vérifier que g est dérivable sur IR et que $g'(x) = \dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

b-Etudier les variations de g et déduire que pour tout réel x , $g(x) > 0$.

c- Montrer que g admet une primitive dans IR et déterminer sa primitive qui s'annule en 0.

2- Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = x - 1 + \sqrt{x^2+1}$

On désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

a- Vérifier que *pour tout* $x \in$ IR : $f'(x) = g(x)$

b-Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$.Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

c- Dresser le tableau de variation de f .

3- a- Montrer que la droite $\Delta: y = 2x - 1$ est une asymptote à ζ_f au voisinage de $+\infty$.

b- Ecrire une équation de la tangente T à ζ_f en O et étudier la position de T par rapport à ζ_f .

c- Tracer ζ_f T et Δ dans le repère $(o,\vec{i},\vec{j})$(Placer les points de ζ_f d'abscisses 1 et -1)

4- a-Montrer que f réalise une bijection de IR sur un intervalle J que l'on précisera.

b- Calculer $(f^{-1})'(\sqrt{2})$.

c- Expliciter f^{-1}.

d- Tracer $C_{f^{-1}}$:La courbe de f^{-1} dans le même repère .

Exercice N°4 : (7points)

On dispose d'une urne U_1 contenant deux boules noires numérotées 1,2 et deux boules blanches numérotées 1,1. Toutes les boules sont indiscernables au toucher .

1-On tire trois boules de U_1 l'une après l'autre en remettant, à chaque fois, la boule dans l'urne. Calculer les probabilités des évènements suivants :

E_1 « Avoir trois boules de même couleur »

E_2 « Avoir exactement une seule boule noire et une seule boule numéroté 2 »

E_3 « la boule blanche apparait pour la première fois au deuxième tirage »

2- On dispose d'une autre urne U_2 Contenant une boules noire et trois boules blanches .

On procède à l'expérience aléatoire suivante :

On tire au hasard une boule de U_1.

- Si elle est blanche , on la remet dans U_1 et on tire simultanément deux boules de U_2 .
- Si elle est noire , on la remet dans U_2 et on tire simultanément deux boules de U_2 .

On considère les événements suivants :

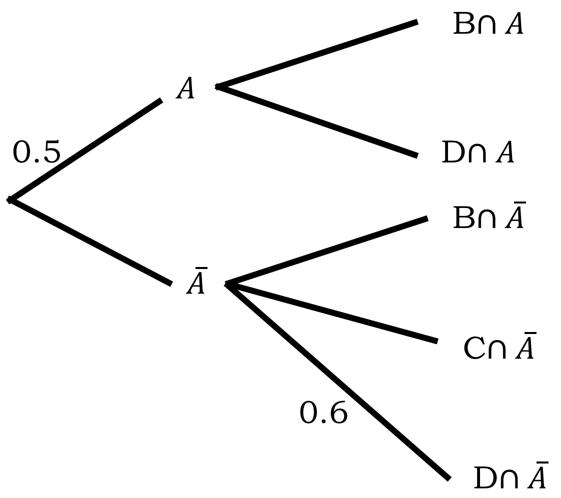
A « La boule tirée de U_1 est blanche »

B « On tire deux boules blanches de l'urne U_2 »

C « On tire deux boules noires de l'urne U_2 »

D « On tire deux boules de couleurs différentes de l'urne U_2 »

a- Recopier et compléter l'arbre de choix suivant :



b-Déterminer p(B) et p(D).

c- les deux boules tirées de U_2 sont blanches, quelle est la probabilité que la boule tirée de U_1 est blanche.

d- Montrer que la probabilité qu'il ne reste aucune boule noire dans U_2 est égale à $\frac{3}{10}$.

e- quelle est la probabilité qu'il reste au moins une boule noire dans U_2.