Lycée Secondaire Elcanal-Bizerte
Devoir de controle n°2
Classe: 4ème science 3 Décembre 2017
Prof: BEN TAHER Makrem

Lycée Secondaire Elcanal-Bizerte
Devoir de controle n°2
Classe: 4ème science 3 Décembre 2017
Prof: BEN TAHER Makrem

Exercice N°1 :

L'espace est munie d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, soient les points : $A(3,2,6)$; $B(1,2,4)$ et $C(4,-2,5)$

1/ a/ Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=-8\vec{i}-4\vec{j}+8\vec{k}$

b/ Déduire que les points A, B et C forment un plan

c/ Donner une équation cartésienne du plan $P=(ABC)$

2/ a/ Calculer l'aire du triangle ABC.

b/ Déterminer les coordonnées du point D pour que ABDC soit un parallélogramme.

c/ En déduire l'aire du parallélogramme ABDC.

3/ a/ Montrer que les points O, A, B et C ne sont pas coplanaires.

b/ Calculer le volume du tétraèdre OABC.

c/ Soit H le projeté orthogonal de O sur le plan (ABC). Déduire la distance OH.

Exercice N°2 :

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x)=\dfrac{3x}{\sqrt{1+x^2}}+2$.

1/ a/ Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

b/ Montrer que f est dérivable sur IR puis vérifier que $f'(x)=\dfrac{3}{\left(\sqrt{1+x^2}\right)^3}$

c/ Dresser le tableau de variation de f

2/ a/ Montrer que f réalise une bijection de IR sur un intervalle J que l'on précisera.

b/ Montrer que f^{-1} est dérivable pour tout x de J puis calculer $\left(f^{-1}\right)'(2)$

3/ Montrer que l'équation $f(x)=x$ admet dans $\left[\sqrt{2},+\infty\right[$ une unique solution α puis vérifier que $\alpha\in\left]4,5\right[$

4/ Montrer que pour tout $x\in\left[\sqrt{2},+\infty\right[$, on a : $\left|f'(x)\right|\le\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

5/ Soit U la suite définie par $\begin{cases} U_0=2 \\ U_{n+1}=f(U_n)\end{cases}$

a/ Montrer par récurrence que, pour tout $n\in IN$, $U_n\ge 2$

b/ Montrer que pour tout $\mathbf{n} \in \mathbf{IN}$: $\left|\mathbf{U}_{\mathbf{n+1}} - \alpha\right| \leq \dfrac{\sqrt{3}}{3}\left|\mathbf{U}_{\mathbf{n}} - \alpha\right|$

c/ Déduire que pour tout $\mathbf{n} \in \mathbf{IN}$: $\left|\mathbf{U}_{\mathbf{n}} - \alpha\right| \leq \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^{\mathbf{n}}$ puis déduire $\lim_{n \to +\infty} \mathbf{U}_{\mathbf{n}}$.

Exercice N°3 :

Soit f la fonction définie sur IR dont la représentation ci-dessous :

A/ ***Graphiquement :***

1/ Déterminer graphiquement : $\mathbf{f}(-2)$, $\mathbf{f}(-1)$, $\mathbf{f}(2)$, $\mathbf{f}(3)$,

$\lim_{x \to -\infty} \mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\lim_{x \to +\infty} \mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{f}'(-2)$ et $\mathbf{f}'(1)$

2/ Ecrire l'équation de la tangente T en 2

3/ Que représente le point A pour la courbe de f

4/ Dresser le tableau de variation de f

B/

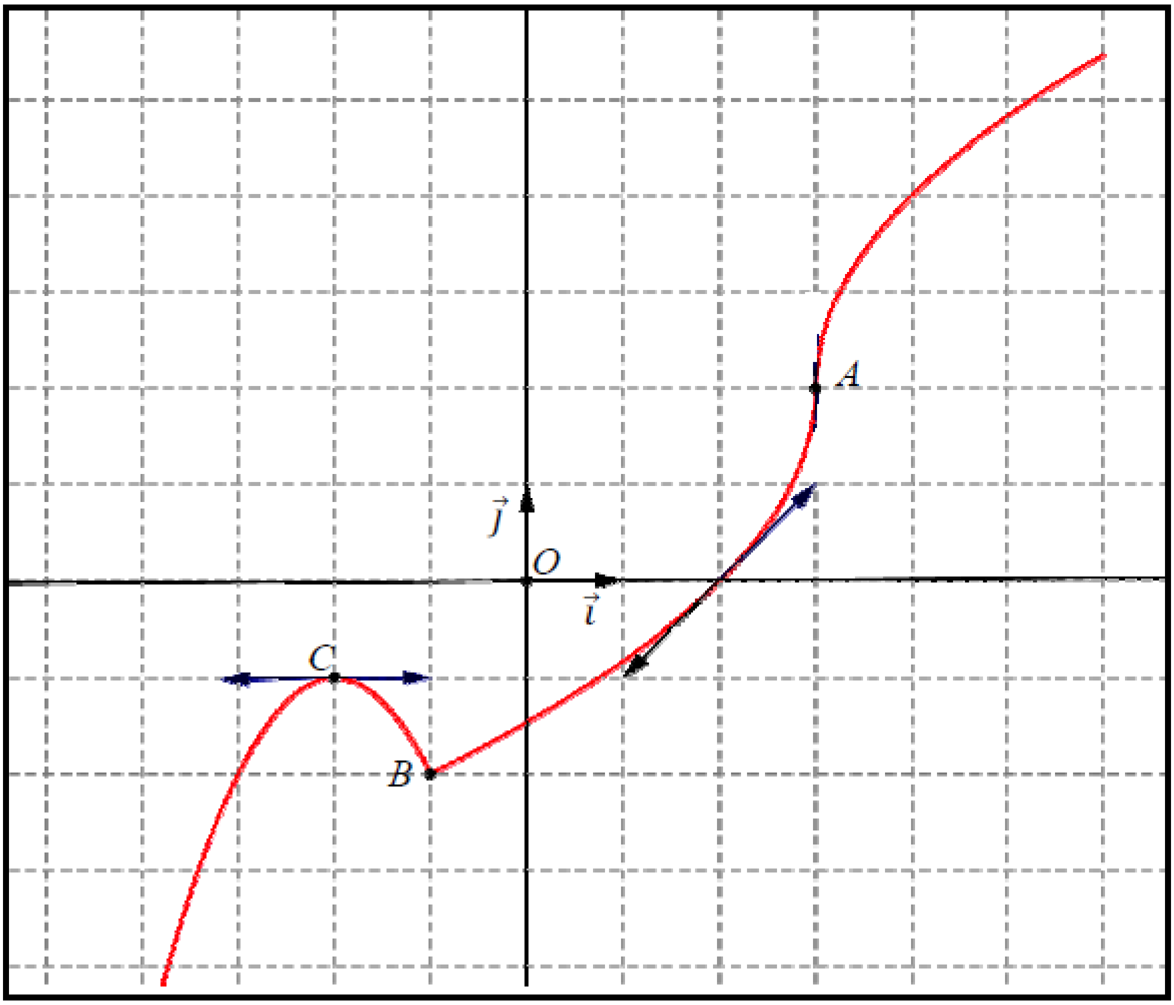
Soit g la restriction de f sur $[-1, +\infty[$

1/ Montrer que g réalise une bijection de $[-1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera

2/ Construire la courbe ζ' de la fonction réciproque $\mathbf{g}^{-1}$

3/ Dresser le tableau de variation de $\mathbf{g}^{-1}$

4/ Calculer $\left(\mathbf{g}^{-1}\right)'(\mathbf{0})$


A
$\vec{j}$
O
$\vec{i}$
C
B