

Exercice n°1(6 points)

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $U_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = \frac{4}{4-U_n}$

1) a- calculer U_1 et U_2 .

b- déduire que U_n n'est pas une suite arithmétique

2) Pour tout entier naturel n , on pose $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$

a) Montrer que la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est arithmétique de raison $r = -\frac{1}{2}$. Préciser son premier terme

b) Déterminer V_n en fonction de n .

c) En déduire U_n en fonction de n .

Exercice n°2(4points)

Une suite arithmétique est telle que $u_2 = 10$ et $u_4 = 42$.

1- Calculer r et u_0 .

2- En déduire U_n en fonction de n

3- trouver le plus petit n tel que $U_n < 520$

Exercice n°3(3 points)

1- Trouver l'entier a dont la division euclidienne par 5 donne un reste égal au carré de quotient

2- Montrer que si $n(n^2-1)$ est divisible par 3

3- Trouver m tel que $m-3$ est divisible par $m+7$

Exercice n°4(7 points)

Construire un triangle ABC isocèle en A et tel que $AB = 6$ cm. Soit G le milieu du segment [BC] Soit h l'homothétie de centre A et de rapport 2 et E, F deux points tel que

$$E \text{ barycentre } (B, 2); (A, -1) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AF} + 2\overrightarrow{CA} = \vec{0}$$

1) a) montrer $E = h(B)$ et $F = h(C)$ construire E et F

b) Montrer que AEF est isocèle en A.

2) La droite (AG) coupe le segment [EF] en G',

a) Déterminer h(AG)

b) montrer A, G et G' sont alignés

3) Les droites (BF) et (CE) se coupent en J. Soit h' l'homothétie tel que $h'(B) = F$ et $h'(C) = E$

a) Montrer que J est le centre de h'.

b) Déterminer le rapport de h'.