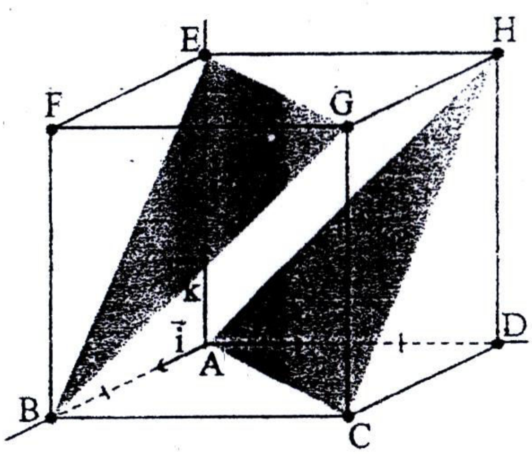
Prof: Fehri Bechir	Produit scalaire dans l'espace	Bac Math + Science 2019 – 2020

Exercice 1 :

Dans la figure ci-contre, $ABCDEFGH$ est un cube.

On munit l'espace du repère orthonormé direct $(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ tel que $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i}, \overrightarrow{AD} = 3\vec{j}$ *et* $\overrightarrow{AE} = 3\vec{k}$

On désigne par P le plan (ACH) et par Q le plan (EGB).



1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AH}$

b. Eu déduire l'aire du triangle ACH

2) Montrer que le plan P a pour équation cartésienne $x - y + z = 0$

3) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{EG} \wedge \overrightarrow{EB}$

b) En déduire que les plans P et Q sont parallèles et donner une équation cartésienne de Q.

4) Soit $M(x, y, z)$ un point de l'espace n'appartenant pas à P.

a) Montrer que le volume V du tétraèdre $MACH$ est égal à $\frac{3}{2}|x - y + z|$

b) En déduire que pour tout point M du plan $Q. V = \frac{9}{2}$

c) Déterminer alors la distance du point B au plan P.

Exercice 2:

Dans la figure ci-contre, OABCDEFG est un cube d'arête 2.

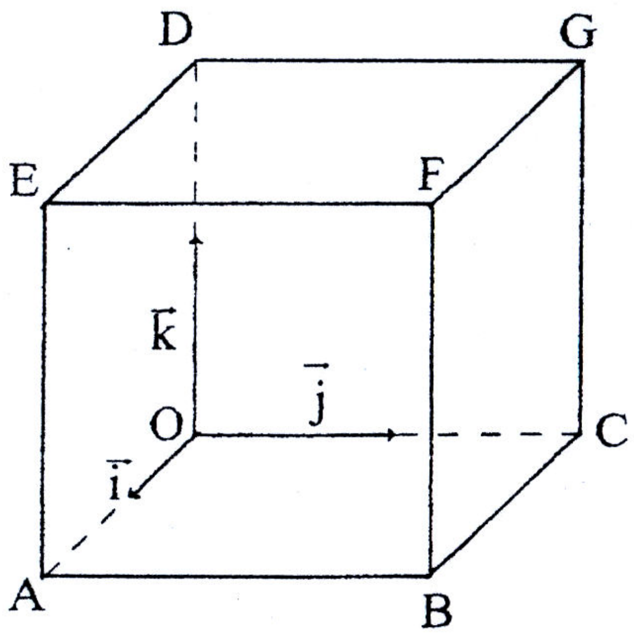
Munit l'espace du repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$

t T le point défi ni par $\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OD}$ et I le milieu du segment [AG]

a) Déterminer les coordonnées des points T et I.

b) Donner les composantes de chacun des vecteurs $\overrightarrow{TB}, \overrightarrow{TI}$ et $\overrightarrow{TB} \wedge \overrightarrow{TI}$

c) Calculer le produit scalaire $(\overrightarrow{TB} \wedge \overrightarrow{TI}).\overrightarrow{TA}$ puis déduire que le point A n'appartient pas au plan (TBI)



Calculer le volume V du tétraè dre $BIAT$.

Soit M un point quelconque de la droite (OF).

a) Montrer que les coordonnées de M sont $(2\alpha, 2\alpha, 2\alpha)$ où α est un réel.

b) Exprimer, en fonction de α, $d\ (M\ (BC))$ la distance du point M à la droite (BC)

C) Déterminer la position du point M pour que $d\ (M, (BC))$ soit égale $\sqrt{2}$

La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail