Med Migha 97090496
Classe : 2 ème Science

SERIE D' EXERCICES N°(2)
Calcul vectoriel

Ascolaire : 2016/2017
H-LIF

Exercice 1 :

A ; B ; C et D sont quatre points d'une droiteΔ. E et F sont deux points de Δ d'abscisses respectives 4 et (-3) dans le repère $(A, \overrightarrow{AB})$, les mêmes points E et F ont pour abscisses respectives 16 et 2 dans le repère $(C, \overrightarrow{CD})$.

1) Exprimer $\overrightarrow{EF}$ à l'aide de $\overrightarrow{AB}$ puis à l'aide de $\overrightarrow{CD}$. En déduire $\overrightarrow{CD}$ à l'aide de $\overrightarrow{AB}$.
2) Calculer l'abscisse de C dans le repère $(A, \overrightarrow{AB})$
3) Soit un point M de Δ et on note x l'abscisse de M dans le repère $(A, \overrightarrow{AB})$ et x' l'abscisse de M dans le repère $(C, \overrightarrow{CD})$.
   Montrer que x' = 2x + 8

Exercice 2 :

Le plan étant muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points suivants A (-2 ; 1) ; B (4 ; 3) et C (-1 ; y)

1) Déterminer y pour que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ soient orthogonaux

Dans toute la suite on prend y = -2

2) Déterminer les coordonnées du point I milieu de [BC]
3) Déterminer les coordonnées du point D image du point A par la symétrie centrale de centre I.
4) Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.
5) Montrer que les points A ; B ; C et D sont sur un cercle (ζ) dont on déterminera le centre et le rayon.
6) Déterminer les coordonnées du point E, image du point A par la translation de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\7\end{pmatrix}$
7) Montrer que le triangle AIE est rectangle et en déduire la position de la droite (AE) par rapport au cercle (ζ)

Exercice 3 :

On considère un trapèze ABCD tel que $\overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{AB}$

1) Placer les points I et J définies par $\overrightarrow{DI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{CJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$.
2) a) Vérifier que $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$ et que $2\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC} = \vec{0}$
   b) Montrer que $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{IJ}$
   c) En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.
3) a) Placer le point C' tel que $\overrightarrow{AC'} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$
   b) Exprimer chacun des vecteurs $\overrightarrow{DJ}$ et $\overrightarrow{DC'}$ à l'aide des deux vecteurs $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{AB}$
   c) En déduire que les points D ; J et C' sont alignés.
4) On note B' le symétrique de B par rapport à A. Montrer que $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{IB'} = \vec{0}$
5) Soit x un réel et M le point définie par $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MM'} = x\overrightarrow{AB}$
   a) Montrer que $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB'} = 3\overrightarrow{MI}$
   b) Sur quelle ligne fixe se déplace M lorsque x varie ?
   c) Pour quelle valeur de x, M appartient à la droite (BC).

Exercice 4 :

ABCD est un parallélogramme, I est le milieu de [AB]. E est le point tel que $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$

1) Prouver que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
2) En déduire que les points A, C et E sont alignés.
3) On considère le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}\right)$
   a) Donner dans ce repère les coordonnées des points A; C et E.
   b) Retrouver alors le résultat de la question ***2)***.

<u>Exercice 5 :</u>

ABCD est un parallélogramme.

I désigne le milieu de [AD] et E le centre de gravité du triangle ACD.

On définit le point F par $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

Enfin, K désigne le milieu de [EB].

1) Démontrer que $\overrightarrow{KA}+3\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KC}+\overrightarrow{KD}=\vec{0}$
2) Démontrer que les points I, K et F sont alignés.
3) L est défini par $\overrightarrow{AL}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et M désigne le milieu de [CD].

   Démontrer que les points L, K et M sont alignés.