

EXERCICE N: 1

Soient les réels : $x = \sqrt{17+12\sqrt{2}}$ et $y = \sqrt{17-12\sqrt{2}}$.

1) Montrer que : $xy = 1$.

2) On pose : $S = x + y$ et $P = x - y$.

a) Calculer S^2 et P^2 .

b) En déduire S et P puis des expressions simples de x et y .

EXERCICE N: 2

A) Calculer : $a = (3 - 2\sqrt{2})^{13} (3 + \sqrt{8})^{13}$, $b = (2\sqrt{2} + 3)^{15} (2\sqrt{2} - 3)^{13}$.

B) Factoriser : $A = (3x - 5)^2 - 2(3x - 5)$; $B = (3x - 1)^2 + 9x^2 - 1$; $C = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 9$

$D = xy - 5x + y - 5$; $E = x^3 - x^2 - x + 1$; $F = \frac{1}{2}x^2 - 4y(x - 2) - 2$.

EXERCICE N: 3

On donne deux réels a et b tels que : $2 < a < 3$ et $-2 < b < -1$.

1) Encadrer les réels suivant : $\frac{1}{3}a - 3$ et $-2b + 4$.

2) a) Encadrer chacune des expressions suivantes : $a^2 + b^2$, $\frac{1}{ab}$ et $a^2 - b^2$.

b) Comparer les réels suivant : $\frac{a^2 + b^2}{ab}$ et $\frac{a^2 - b^2}{ab}$.

c) Montrer que : $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} < \frac{5}{ab}$.

EXERCICE N: 4

Un marchand de tissus a vendu les $\frac{2}{3}$ d'une étoffe de tissus à 20^D le mètre et le $\frac{1}{3}$ restant soldé à 15%.

1) Calculer le prix d'un mètre soldé.

2) Sachant qu'il a vendu toute l'étoffe à 513^D. Calculer la longueur de l'étoffe.

EXERCICE N: 5

1) Dans une salle où se tient une conférence, le $\frac{1}{4}$ des chaises est resté vide et le $\frac{1}{3}$ est occupé par des hommes. Calculer le nombre des invités sachant que le nombre de femmes est 45.

2) Pour louer cette salle de conférence un jeudi, une société à payer 200^D.

a) Calculer le prix initial de la location de cette salle, sachant que ce prix subit une réduction de 20% au cours de la semaine et une augmentation de 10% le week-end.

b) Combien cette société doit encore payer pour louer cette salle le samedi ?

EXERCICE N: 6 Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $\frac{3}{4}x + 1 = -3x$ b) $(2x - 3)(x + 1) + (2x - 3)(5x + 2) = 0$ c) $(5x - 1)(2x + 3) = (x + 1)(10x + 3)$

d) $(2x + 1)(x + 3) - (x^2 + 6x + 9) = x^2 - 9$ e) $(x - 2)^2 = \frac{9}{4}(x + 1)^2$ f) $x^3 + 27 + (x + 3)(x - 9) = 0$

g) $27x^3(x + 3) - 12(x^2 + 3x) = 0$ h) $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{3}{4}$ i) $\frac{4x + 5}{2x + 1} = \frac{6x + 7}{3x - 6}$ j) $|x^2 + 2x| - |x + 2| = 0$

k) $|x^2 + 2x| + |x + 2| = 0$ l) $|2x - 1| = x + 2$ m) $\frac{|3x - 1| - 5}{|3x - 1| + 5} = \frac{1}{2}$ n) $\sqrt{2x - 1} = 3$

o) $\sqrt{\frac{|x| + 3}{|x|}} = \sqrt{2}$ p) $3x - 4 = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ q) $\sqrt{2x + 3} = \sqrt{2 - x}$ r) $\sqrt{3x^2 + 1} = 1 - 2x$

EXERCICE N: 7 Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

1) $\frac{-2}{3}x + 1 < 0$ 2) $\frac{-3x + 2}{-3} - \frac{1}{2} \geq \frac{-5}{3}$ 3) $\frac{(x - 1)^2}{3} + \frac{(x - 2)(x + 3)}{2} < \frac{(5x - 1)(x - 4)}{6}$

4) $(2x - 1)(-3x + 4) \geq 0$ 5) $x^2(1 - x)(2x + 8) \leq 0$ 6) $x^2 < 4$ 7) $(4 - x^2)(-3x + 7) > 0$

8) $(1 + x^2)(1 - x^2) > 0$ 9) $9 - x^2 > 3 + x$ 10) $(-4x + 5)(2x - 3) \leq (-4x + 5)(2 - 7x)$ 11) $x^2 - 3x + 2 < 0$

EXERCICE N: 8 Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

a) $|2x+3| \leq -3$ b) $|2x+3| \geq -1$ c) $|2x+3| \leq 5$ d) $|2x+3| \geq 2$ e) $\frac{|x|+3}{|x|-2} \leq 0$

f) $(2x-1)(1-x) > 0$ g) $\frac{x^2-4x}{1-x} \leq 0$ h) $\frac{5-2x}{1-x} > 0$ i) $\sqrt{\frac{5-2x}{1-x}} < 1$

EXERCICE N: 9

Soient (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère du plan et les points $A(1, 3)$, $B(-2, -1)$ et $C(0, 2)$.

1) a) Trouver les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} dans la base $\beta(\vec{i}, \vec{j})$.

b) En déduire que $\beta'(\vec{AB}, \vec{AC})$ est une base de \mathcal{V} .

2) a) Exprimer \vec{i} et \vec{j} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} .

b) En déduire les coordonnées du vecteur $\vec{U} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ dans la base β' .

c) Soit $\vec{V} = 2m\vec{i} + (m^2+1)\vec{j}$. (m paramètre réel).

Déterminer la valeur de m pour laquelle \vec{V} et \vec{AC} sont colinéaires.

EXERCICE N: 10

Soient A, B et C trois points non alignés du plan, et les points H et K définis par :

$$\vec{CH} = \frac{1}{3}\vec{BC} \quad \text{et} \quad \vec{BK} = 2\vec{AB} + 4\vec{BC}.$$

1) Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{AH} et \vec{AK} dans la base (\vec{AB}, \vec{AC}) .

2) En déduire que A, H et K sont alignés.

EXERCICE N: 11

(\vec{i}, \vec{j}) est une base orthonormée ; $\vec{u} = (2m-1)\vec{i} + m\vec{j}$ et $\vec{v} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$.

Déterminer le réel m dans chacun des cas suivants :

a) $\vec{u} \perp \vec{v}$

b) $\|\vec{u}\| = 1$

c) $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$.

EXERCICE N: 12 Dans le repère $R(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les $2A(-2, 3)$, $B(2, 1)$ et $C(4, 2)$.

1) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2) Soit $D(0, x)$. Déterminer le réel x pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.

3) Soit $G(\frac{4}{3}, 2)$. Montrer que G est le centre de gravité du triangle ABC .

4) Soit E le point tel que : $\vec{AE} = 2\vec{BE} - 3\vec{CE}$.

a) Déterminer les coordonnées du point E dans le repère R .

b) Vérifier que (\vec{AB}, \vec{AC}) est une base de l'ensemble des vecteurs du plan puis donner les composantes du vecteur \vec{BE} dans cette base.

EXERCICE N: 13 ABC est un triangle rectangle en A .

1) a) Construire le point D tel que : $\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BD}$.

b) Déterminer les coordonnées de D selon le repère (A, \vec{AB}, \vec{AC}) .

c) Soit I le point définie par : $\vec{IA} = \frac{8}{5}\vec{IB}$; montrer que (AI) est parallèle à (CD) .

2) Dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(1, 0)$, $B(-1, 2)$ et $C(2, 1)$.

a) Montrer que ABC est un triangle rectangle en A .

b) Soit $E(-x^2, 0)$, montrer que pour tout réel x , \vec{BE} et \vec{BC} forment une base de \mathcal{V} .

c) Déterminer les composantes de \vec{i} dans la base (\vec{AB}, \vec{AC}) .

EXERCICE N: 14

Soit $ABCD$ un carré et $AB = 1$.

1) a) Construire les points E, F et G définis par : $\vec{AE} = 2\vec{CA}$, $\vec{AF} = 2\vec{AB}$ et $\vec{DG} = 4\vec{DC}$.

b) Déterminer les composantes des vecteurs \vec{EF} et \vec{EG} dans la base orthonormée (\vec{AB}, \vec{AD}) .

c) Montrer que E, F et G sont alignés.

2) Soit M un point de la droite (AB) , on pose : $\vec{AM} = x\vec{AB}$. ($x \in \mathbb{R}$)

Déterminer la valeur de x pour laquelle \vec{DM} est orthogonal à \vec{EF} .

EXERCICE N: 1

1) Montrer que : $a \leq b$ signifie $3a + 5b \geq 5a + 3b$.

2) Soit x et y deux réels strictement positifs. Montrer que : si $x < y$ alors $\frac{x}{y} < \frac{y}{x}$.

3) Soient z et t deux réels de même signe. Montrer que : $z \leq t$ signifie $3 - z^3 \geq \sqrt{3} - t^3$.

EXERCICE N:2

On donne le tableau de signe du binôme : $P(x) = ax + b$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$

x	$-\infty$	$\frac{-3}{4}$	$+\infty$
$P(x)$	+		-

1) Déterminer la valeur de : $b - \frac{3}{4}a$.

2) Déterminer en justifiant les réponses le signe des réels : a , b , $-2a + b$ et $a - \frac{b}{2}$.

3) Comparer, en justifiant la réponse, les réels $P(1)$ et $P(-1)$.

EXERCICE N:3

Soit $P(x) = 2 - |x+1| + 3|4-x|$; $x \in \mathbb{R}$.

1) Calculer : $P(3)$ et $P(9)$.

2) a) Ecrire $P(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation ; $P(x) = x - 2$.

c) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation ; $P(x) - x \geq 13$.

EXERCICE N: 4

a) $|2x-1| = x-5$

b) $|2x+3| > 2$

c) $2 - x^2 \geq 0$

d) $x^2 + x - 2 = 0$

e) $\frac{x^3+8}{3x+6} = 2-x$

f) $\sqrt{2-x^2} = x^2$

EXERCICE N: 5

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1) $2x^2 + 3x - 5 = 0$ 2) $6x^2 - 5x - 11 = 0$ 3) $x^2 - (5 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} + 4 = 0$

4) $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ 5) $2(x+1)^2 - 9|x+1| - 5 = 0$ 6) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

EXERCICE N: 6

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1) $2x^2 - 5x + 3 = 0$ 2) $\frac{2x^2 - 5|x| + 3}{2x - 3} = 0$ 3) $\sqrt{5x+6} = x+2$ 4) $(\frac{2x^2}{|x|-1})^2 - 2\frac{x^2}{|x|-1} - 2 = 0$

5) $x^2 + 3x - 4 = 0$ 6) $|x^2 + 3x - 7| = 3$ 7) $x+1 = \sqrt{-x+5}$ 8) $\frac{x^2+x-12}{x+4} = -2$

EXERCICE N: 7

Pour chaque proposition, indiquer si elle est vraie ou fautive en justifiant la réponse.

1) Une équation du premier degré à une inconnue peut avoir une infinité de solutions.

2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ est une solution de l'inéquation : $\sqrt{1-x^2} \leq \frac{3}{2}x^2$.

3) L'équation (E) : $x^2 + (1 + \sqrt{2})x - 3 = 0$ admet dans \mathbb{R} deux solutions de signes opposés.

4) L'équation (E') : $x^2 + (1 + \sqrt{2})x + 1 = 0$ admet dans \mathbb{R} deux solutions inverses.

EXERCICE N: 8

Soit l'équation (E) : $2x^2 + 3x - 2 = 0$.

1) a) Sans calculer le discriminant Δ , montrer que (E) possède deux racines distinctes x' et x'' .

b) Vérifier que x' et x'' sont de signes contraires.

2) On pose : $A = x''(x')^2 + x'(x'')^2$ et $B = \frac{1}{x'+1} + \frac{1}{x''+1}$. On ne demande pas de calculer x' et x'' .

a) Justifier l'existence de B .

b) Déterminer les valeurs de A et B .

3) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) .

b) Dédire les solutions dans \mathbb{R} de l'équation (E') : $2x^4 + 3x^2 - 2 = 0$.

EXERCICE N: 9

Trouver les valeurs de x et y dans chacun des systèmes suivants :

$$(S_1) \begin{cases} x+y=-5 \\ x.y=-14 \end{cases} ; \quad (S_2) \begin{cases} x-y=-12 \\ x.y=-35 \end{cases} ; \quad (S_3) \begin{cases} x^2+y^2=10 \\ x.y=-3 \end{cases} ; \quad (S_4) \begin{cases} 2(x+y)-3x.y=-2 \\ x+y+x.y=9 \end{cases}$$

EXERCICE N: 10

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : $BC = 5$ cm et son aire est 6 cm².

1) On pose : $x = AB$ et $y = AC$. Montrer que : $xy = 12$ et $x + y = 7$.

2) Calculer, alors, les distances AB et AC .

Le plan est muni du repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

EXERCICE N: 11

On donne les points : $A(2, 2)$; $B(8, 4)$; $C(4, -4)$ et $D(6, 0)$.

1) Montrer que le triangle ABC est isocèle rectangle en A .

2) Montrer que $[AD]$ est un hauteur du triangle ABC .

3) La droite (AB) coupe (OD) en E .

a) Montrer que $E(-4, 0)$ dans le repère R .

b) Montrer que A est le milieu de $[BE]$.

c) Soit $\{G\} = (AC) \cap (ED)$. Prouver que G est le centre de gravité du triangle EBC .

4) Donner les composantes des vecteurs \overline{AE} , \overline{AG} et \overline{AD} dans la base $(\overline{AB}, \overline{AC})$.

EXERCICE N: 12 On donne les points $A(3, 5)$, $B(5, -2)$, $C(-2, -4)$ et $D(-4, 3)$.

1) Montrer que $ABCD$ est un carré.

2) Soit I le centre du carré $ABCD$ et $E(12, 0)$.

a) Montrer que le triangle AIE est rectangle en A .

b) Calculer l'aire du triangle AIE .

EXERCICE N: 13

On donne les points $A(1, 8)$, $B(4, 7)$, $C(2, 5)$ et $D(5, 4)$.

1) Montrer que $(\overline{AB}, \overline{AC})$ est une base de \mathcal{V} .

2) a) Montrer que les droites (AD) et (BC) sont perpendiculaires.

b) Calculer dans le repère R les coordonnées des points I et J les milieux respectifs de $[AD]$ et $[BC]$.

c) Dédire alors la nature du quadrilatère $ABDC$.

3) Dans le repère $R'(A, \overline{AB}, \overline{AC})$ on donne le point $E(2, 2)$.

a) Déterminer les coordonnées des points A et D dans le repère R' .

b) Montrer que les points A , D et E sont alignés.

4) a) Déterminer les coordonnées du point E dans le repère R .

b) Calculer l'aire A du quadrilatère $ABEC$.

EXERCICE N: 14

On donne les points $A(4, -2)$, $B(-3, 2)$ et $C(3, 6)$.

1) Exprimer \overline{AB} et \overline{AC} en fonction de \vec{i} et \vec{j} .

2) Montrer que ABC est un triangle isocèle de sommet principal A .

3) Soit E le point du plan vérifiant : $\overline{AC} = 2\overline{BE} + \overline{AB}$.

a) Exprimer \overline{AE} en fonction de \overline{AB} et \overline{AC} .

b) Montrer que $E(0, 4)$ dans le repère R .

c) En déduire que $[AE]$ est la hauteur issue de A dans le triangle ABC .

4) Soit H l'orthocentre du triangle ABC .

a) Justifier qu'il existe un réel α tel que : $\overline{AH} = \alpha \overline{AE}$.

b) Calculer, dans le repère R , les coordonnées du point H en fonction de α .

c) Déterminer la valeur de α puis déduire les coordonnées du point H dans le repère R .