

EXERCICE 1 – Résoudre les équations suivantes :

a) $x - \sqrt{2}(x + 2) = 3 - x$

b) $3x^2 + 5x = 0$

c) $(2x + 1)^2 - (x - 2)^2 = 0$

d) $4x^2 - 9 = (2x + 3)(x - 1)$

e) $\frac{x^2 - 1}{x + 1} = 0$

f) $\frac{2x}{x + 2} = \frac{2x + 1}{x - 3}$



EXERCICE 2

m étant un nombre réel fixé, on considère l'équation générale : (E) : $x^2 - 6x + m = 0$.

Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation (E) a-t-elle :

- i) deux solutions
- ii) une seule solution
- iii) aucune solution

EXERCICE 3 (EXTRAIT DU DEVOIR DE CONTRÔLE 2008)

1- a- résoudre dans IR les équations suivantes :

i) $x^2 + 3x - 10 = 0$

ii) $2x^2 = x + 3$

iii) $\sqrt{x^2 + 1} = 2x - 1$

b- factoriser les deux trinômes $x^2 + 3x - 10$ et $2x^2 - x - 3$

2- écrire une équation du second degré ayant les deux nombres -1 et 2 comme solutions.

3- On donne l'équation du second degré (E) défini par : $4x^2 - (\sqrt{6} + 4\sqrt{3})x + \sqrt{18} = 0$

a- montrer que le réel $\frac{\sqrt{6}}{4}$ est solution de l'équation (E)

b- déduire l'autre racine (sans calculer le discriminant Δ).

EXERCICE 4 (EXTRAIT DU DEVOIR DE CONTRÔLE 2008)

1- on considère l'équation suivante $x^2 + x - 2 = 0$

a- vérifier que l'équation admette deux solutions distinctes x' et x'' sans les calculer

b- sans calculer x' et x'' vérifier que $(x' + 3) \times (x'' + 3) = 4$

EXERCICE 5 – Résoudre dans \mathbb{R} :

a) $\sqrt{4x-15}+5-x=0$

b) $\sqrt{x+4} < x+1$

c) $\sqrt{x} + \sqrt{2x+1} = 2$

d) Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} -x^2 + x + 2 > 0 \\ x^2 + 2x - 2 \leq 0 \end{cases}$$

e) Résoudre dans \mathbb{R} : $x - \frac{2}{3} < 3x^2 - 5x + 2 \leq 3x - 3$

EXERCICE 6

Résolvez dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

$-3x^2 + 8x + 11 = 0$

$\sqrt{2x^2 - 4x} + 2\sqrt{2} = 0$

$3x^2 - x + 10 \geq 0$

$|x^2 + x - 2| \leq -x^2 + 4x$

$\frac{3}{2x-7} - \frac{2}{x+1} = \frac{2}{3}$

$\frac{1+2x}{x-3} > \frac{x+3}{1-2x}$

$\frac{x^2 - 5x + 21}{2x^2 + 3x - 9} \geq 3$

$\sqrt{x^2 + x - 2} \leq \sqrt{-x^2 + 4x}$

EXERCICE 7 – EQUATIONS BICARRÉES

Une équation est dite « bicarrée » lorsqu'elle peut être écrite sous la forme : $ax^4 + bx^2 + c = 0$, avec $a \neq 0$

- Méthode : on ramène le degré de cette équation en effectuant le changement de variable : $X = x^2$

- Résoudre les (in)équations suivantes :

a) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

b) $x^4 + 3x^2 - 4 > 0$

c) $x^4 - 3x^2 + 2 \leq 0$

d) $x^4 - x^2 + 4 = 0$

e) $x - 5\sqrt{x} - 6 = 0$

f) $x^6 - 2x^3 + 1 = 0$

EXERCICE 8 : Equations symétriques de degré 4.

(E) désigne l'équation : $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$.

On vérifie facilement que 0 n'est pas solution de (E).

- Démontrer que si a est solution de (E) alors $\frac{1}{a}$ est solution de (E).
- montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation (E') $x^2 - 4x + 2 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$
- Calculer $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$
- montrer qu'en posant $X = \left(x + \frac{1}{x}\right)$; l'équation (E') se ramène à une équation du second degré.
- Résoudre alors (E)

EXERCICE 9

Résoudre les systèmes suivants : $S_1 : \begin{cases} x + y = \frac{41}{4} \\ xy = 18 \end{cases}$ $S_2 : \begin{cases} a + b = 3 \\ a \times b = 1 \end{cases}$ $S_3 : \begin{cases} s^2 + t^2 = 3 \\ s \times t = 1 \end{cases}$ $S_4 : \begin{cases} a - b = 3 \\ a \times b = 1 \end{cases}$

MISES EN EQUATIONS ET INEQUATIONS

Déterminer trois nombres entiers relatifs consécutifs tels que leur somme soit égale à leur produit.

Indication : on pourra appeler « a » le deuxième de ces nombres...

Ⓛ Dans une salle de permanence d'un lycée, un tiers des élèves s'adonne aux mathématiques, un quart a préféré apprendre la leçon de géographie et le reste, 10 élèves, bavarde en attendant que ça sonne.... Combien y a-t-il d'élèves dans la salle

www.devoir@t.net

② l'aire d'un triangle rectangle est 429m^2 et l'hypoténuse a pour longueur $h=72,5\text{m}$. trouver le périmètre.

③ Un comité d'entreprise organise un voyage, le coût total est de 36000 D.T . Huit personnes se désistent et le prix à payer par chacun augmente de 50D.T . Quel aurait été le prix à payer par chaque participant si toutes les personnes étaient venues

④ Déterminer un nombre N de deux chiffres tel que la somme des deux chiffres est 12 et le produit de N par le nombre N' obtenu en échangeant l'ordre des chiffres soit $4\ 275$.

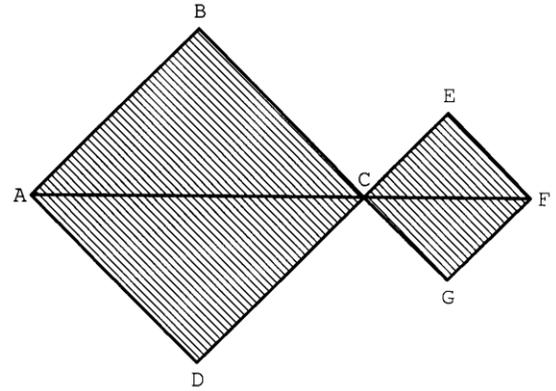
⑤ Sur la figure ci-contre, $ABCD$ et $CEFG$ sont deux carrés et $AF=1$. On pose $x = AC$.

- Dans quel intervalle varie x
- Exprimer AB^2 , CF puis CE^2 en fonction de x .

c) On note $A(x)$ l'aire de la partie hachurée.

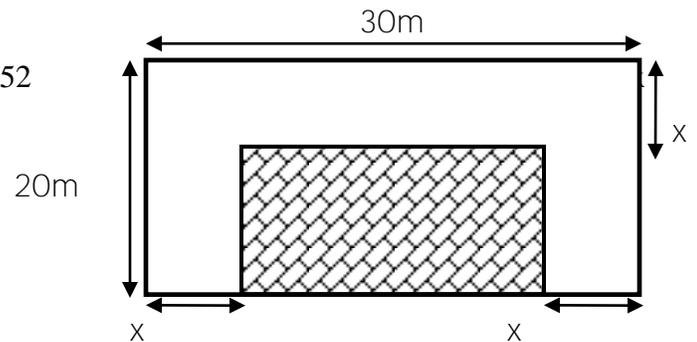
Déterminer les valeurs de x pour lesquelles :

- l'aire $A(x)$ est minimale
- l'aire $A(x)$ est maximale.

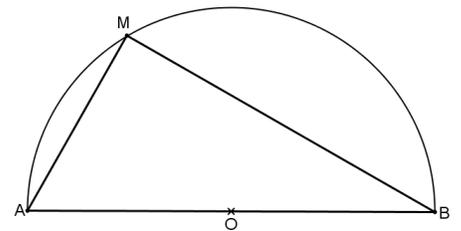


⑥ Une personne achète un terrain rectangulaire de 600 m^2 pour y construire sa maison. Le plan de construction de la maison sur le terrain est représenté par la figure suivante

- Déterminer l'aire de la maison en fonction de x
- Pour quelle valeur de x l'aire de la maison est-elle égale à 252



⑦ Le demi-cercle de diamètre $[AB]$ a $7,5\text{ cm}$ de rayon. Le triangle AMB a pour périmètre 36 cm . Déterminer les longueurs des côtés du triangle AMB .



⑧ Une baignoire peut contenir 140 litres. Le robinet d'eau chaude débite 15 litres par minute. En utilisant seulement le robinet d'eau froide (1^{er} cas), le remplissage de la baignoire demande trois minutes de plus qu'avec deux robinets ($2^{\text{ème}}$ cas).

Calculer le débit d du robinet d'eau froide et le temps de remplissage dans chacun des deux cas.

⑨** Deux cyclistes participent à une course de la ville A à la ville B. Le premier roule plus vite que le second. La différence de leurs vitesses (que l'on supposera constantes tout le long du trajet) est de 5 km/h . Le second coureur met alors 5 heures de plus que le premier pour atteindre B.

Si maintenant les deux coureurs augmentent leurs vitesses, le premier de 4km/h, le second de 3km/h, le second arrivera 4h 10 min après le premier.

Déterminez la vitesse initiale du premier coureur et la distance entre les deux villes.

Pour la résolution, expliquez bien votre raisonnement.

Mettez le problème en équation d'abord puis résolvez-le.